

Prostorové náhodné deje

↑ 1	↑ 2	↓ 3	↓ 4	↑ 5	↓ 6	↑ 7	↑ 8
↑ 9	↑ 10	↓ 11	↓ 12	↑ 13	↑ 14	↑ 15	↓ 16
↓ 17	↑ 18	↑ 19	↑ 20	↑ 21	↓ 22	↓ 23	↓ 24
↑ 25	↑ 26	↑ 27	↑ 28	↓ 29	↓ 30	↓ 31	↓ 32
↑ 33	↓ 34	↓ 35	↑ 36	↓ 37	↑ 38	↑ 39	↑ 40
↑ 41	↑ 42	↓ 43	↑ 44	↓ 45	↓ 46	↑ 47	↑ 48

Larisa Oceretná, Eva Košťáková,
Richard Charvát, Jirí Chaloupek,
Aleš Linka, Weng Ming, Arindam Sarkar
a
David Lukáš

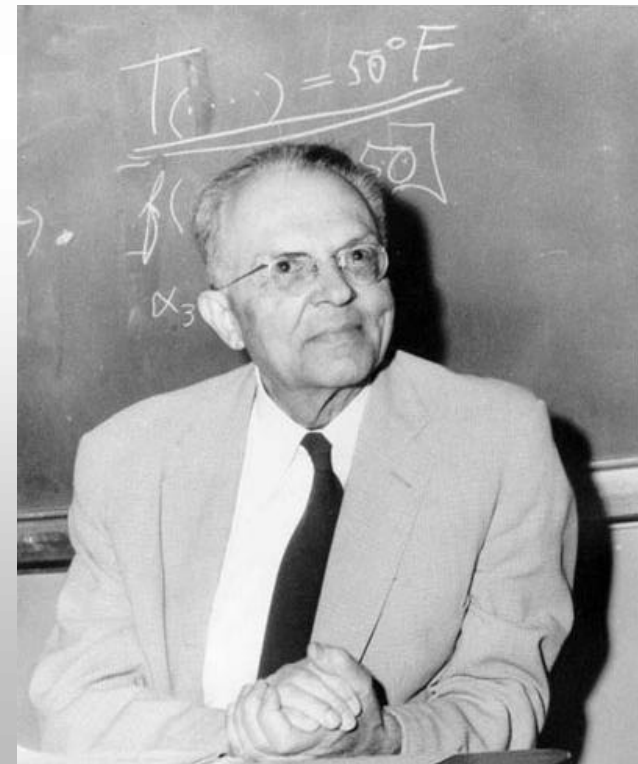
„Demarkační linie“- mezi vedami exaktními a humanitními“

Odlišení **exaktních** (skutečných, empirických) ved od ved **humanitních** (spekulativních, metafyzických)

Verifikační kritérium (kritérium smyslu vedy)

Carnap a další empiristé **Vídenského kroužku**

Carnap 1932: Vedoucí člen
Vídenského kruhu a prominentní
obhájce logického pozitivismu.



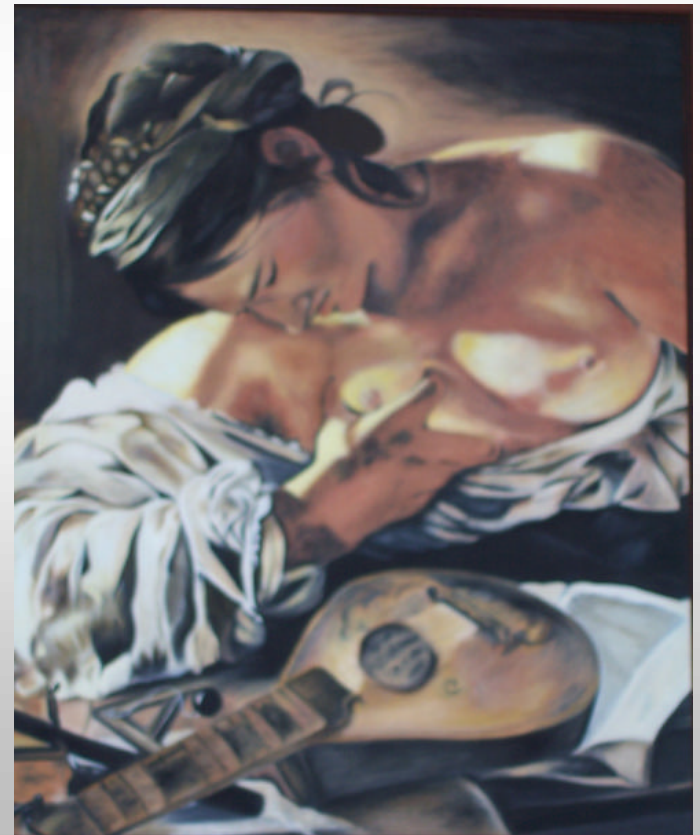
Verifikační kritérium:

Fiala popisuje v (D.Krámský, 2007)

„Smysl mají jen ty vedy, které mají správnou logickou strukturu, která je dovoluje analyzovat na elementární složky, které jsou buďto pravdivé čistě logicky, nebo jsou overitelné – verifikovatelné - bezprostřední smyslovou skutečností.

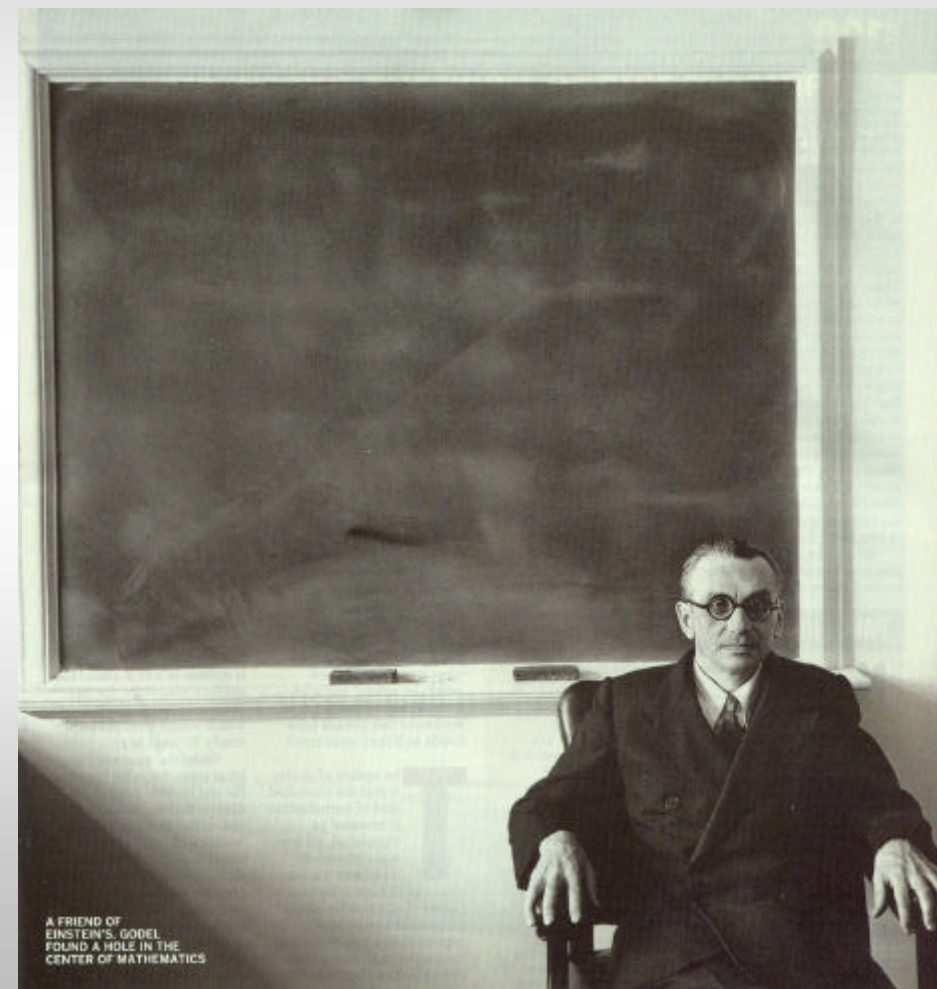
Všechno ostatní jsou pseudovědy, je to blábol, který snad může budit emoce, poznávací hodnotu však nemá žádnou.“

Reprodukce barokního
obrazu *Alegorie vedy* od
Giovanna Serroдиниho

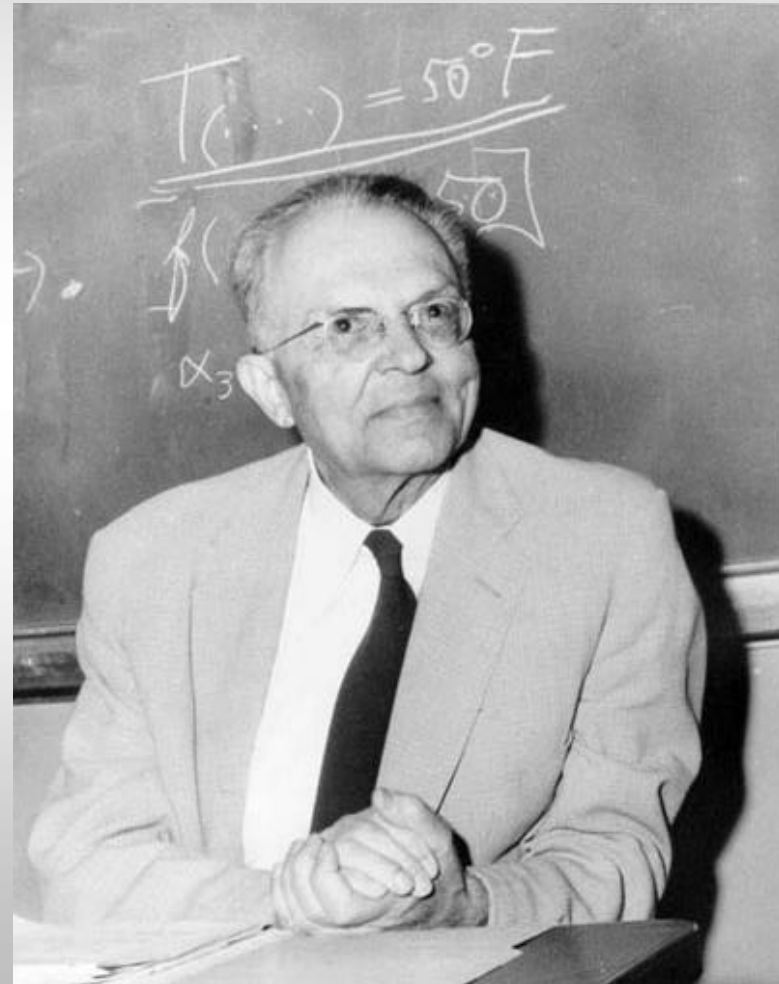


Verifikační kritérium napadl a vyvrátil německý filosof **Kurt Godel** svými **výsledky o neúplnosti**.

Připojíme se k němu i my ve snaze ukázat, že demarkací linii mezi vedami nemá smysl vytýcovat.



Kurt Gödel



Carnap

výsledky o neúplnosti



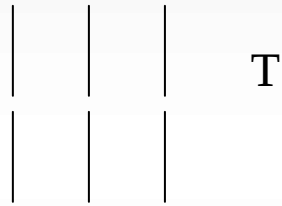
↑	↑	↓	↓	↑	↓	↑	↑
↑	↑	↓	↓	↑	↑	↑	↓
↓	↑	↑	↑	↑	↓	↓	↓
↑	↑	↑	↑	↓	↓	↓	↓
↑	↓	↓	↑	↓	↑	↑	↑
↑	↑	↓	↑	↓	↓	↑	↑

Model-karikatura skutečnosti.

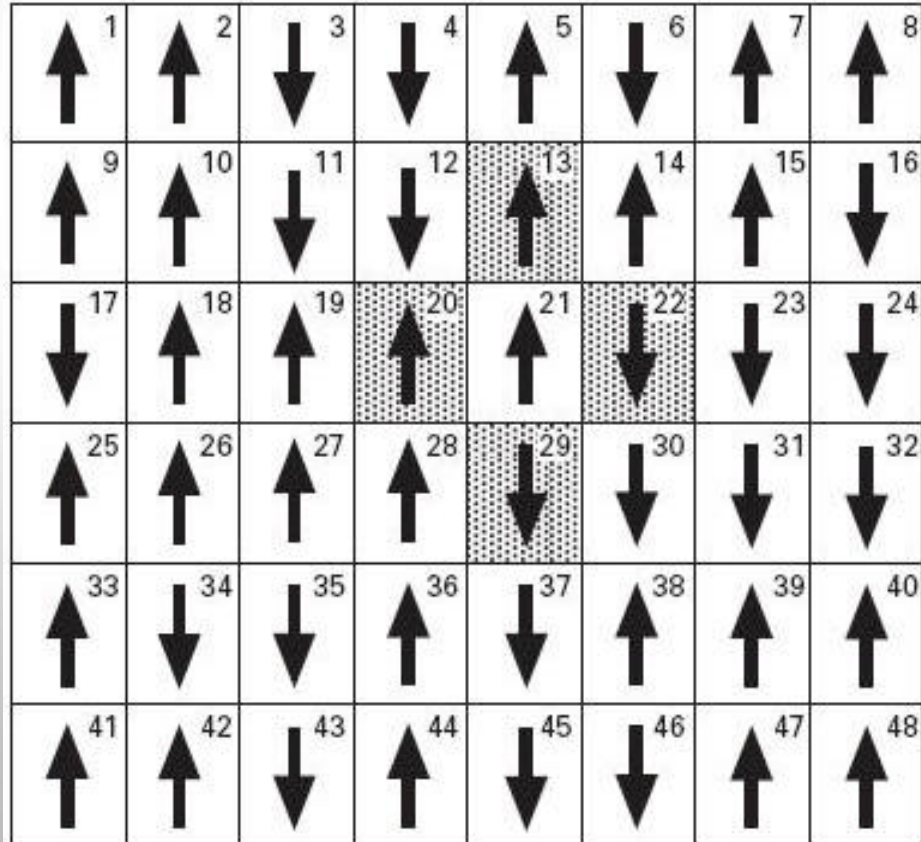


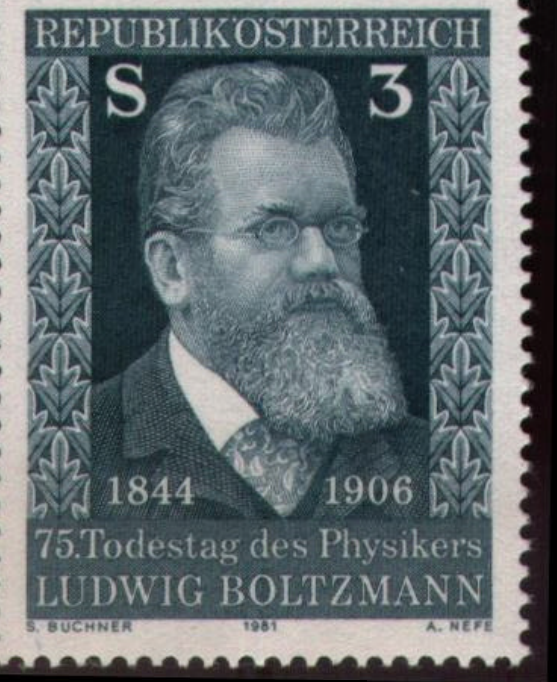
Podle našeho názoru jsou exaktní vědy nepochybně založeny na snaze o **prísné logické uvažování** a na verifikaci výsledku.

Logické stavby stavby teorií exaktních věd jsou založeny na myšlenkových objektech -vznešene nazývaných **modely**- které jsou zpravidla **jen hrubou karikaturou skutečnosti**, která značně relativizuje přídomek „exaktní“.



Up or down oriented magnets in the two-dimensional **Ising model** (1921).





1844 - 1906

Ludwig **Boltzmann** rakouský fyzik,
zakladatel **statistické fyziky**.

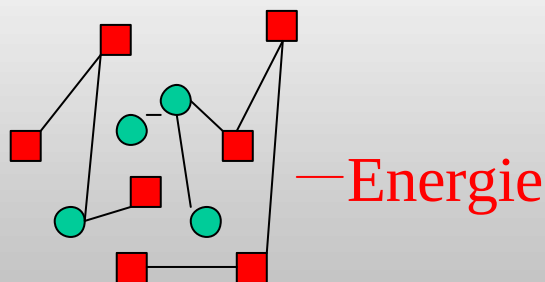
V 25 letech se stal profesorem matematické
fyziky na univerzitě ve Štýrském hradci.

Slavná rovnice (Boltzmannova rovnice)

popisuje rovnovážné pravděpodobnosti
konfigurací v závislosti na energiích
konfigurací systému. Trpěl deprese. V
roce 1906 se obesil.

**Vztah mezi tvary
objektu a jejich
energiemi.**

Konfigurace



Konfigurace

↑	↑	↓	↓	↑	↓	↑	↑
↑	↑	↓	↓	↑	↑	↑	↓
↓	↑	↑	↑	↑	↓	↓	↓
↑	↑	↑	↑	↓	↓	↓	↓
↑	↓	↓	↑	↓	↑	↑	↑
↑	↑	↓	↑	↓	↓	↑	↑

Energie

$$Q(\vec{x}) = H(\vec{x}) / t$$

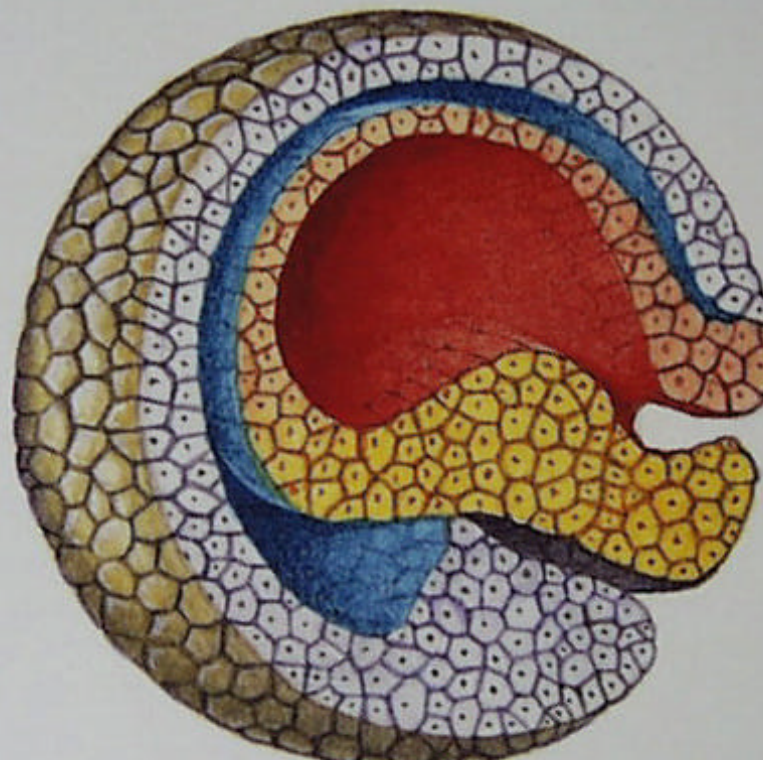
$$P(\vec{x}) = \frac{1}{Z} \exp[-Q(\vec{x})]$$

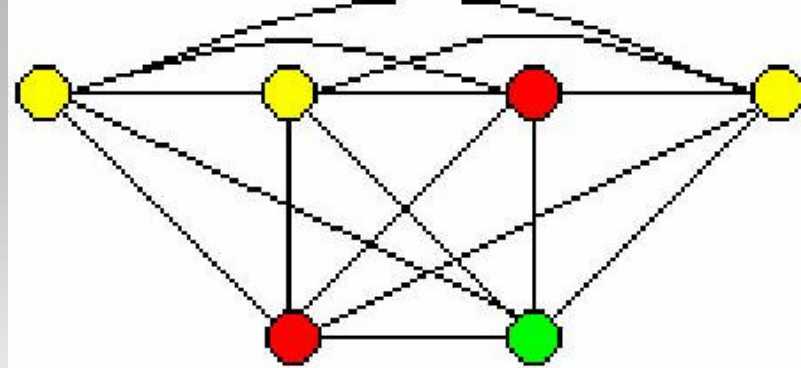


Ludwig Boltzmann

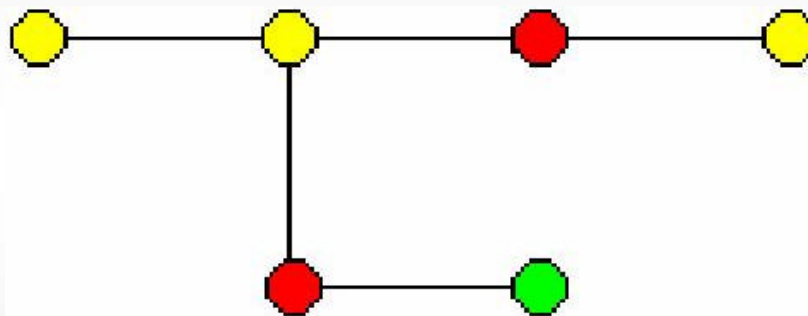
$$P(\vec{x}) = \frac{1}{Z} \exp[-Q(\vec{x})]$$

Fyzikální „hantec“





Náhodné pole



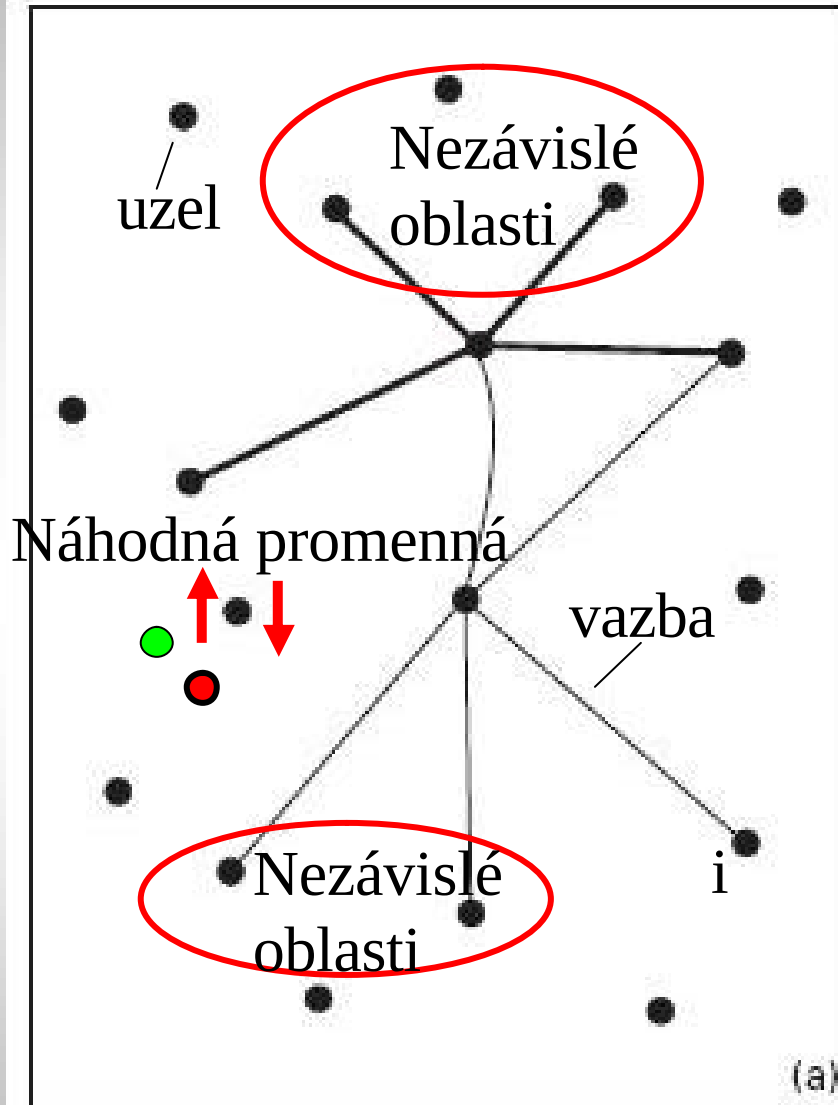
Markovovo náhodné pole

Matematika – nejuniverzálnější
exaktní věda.

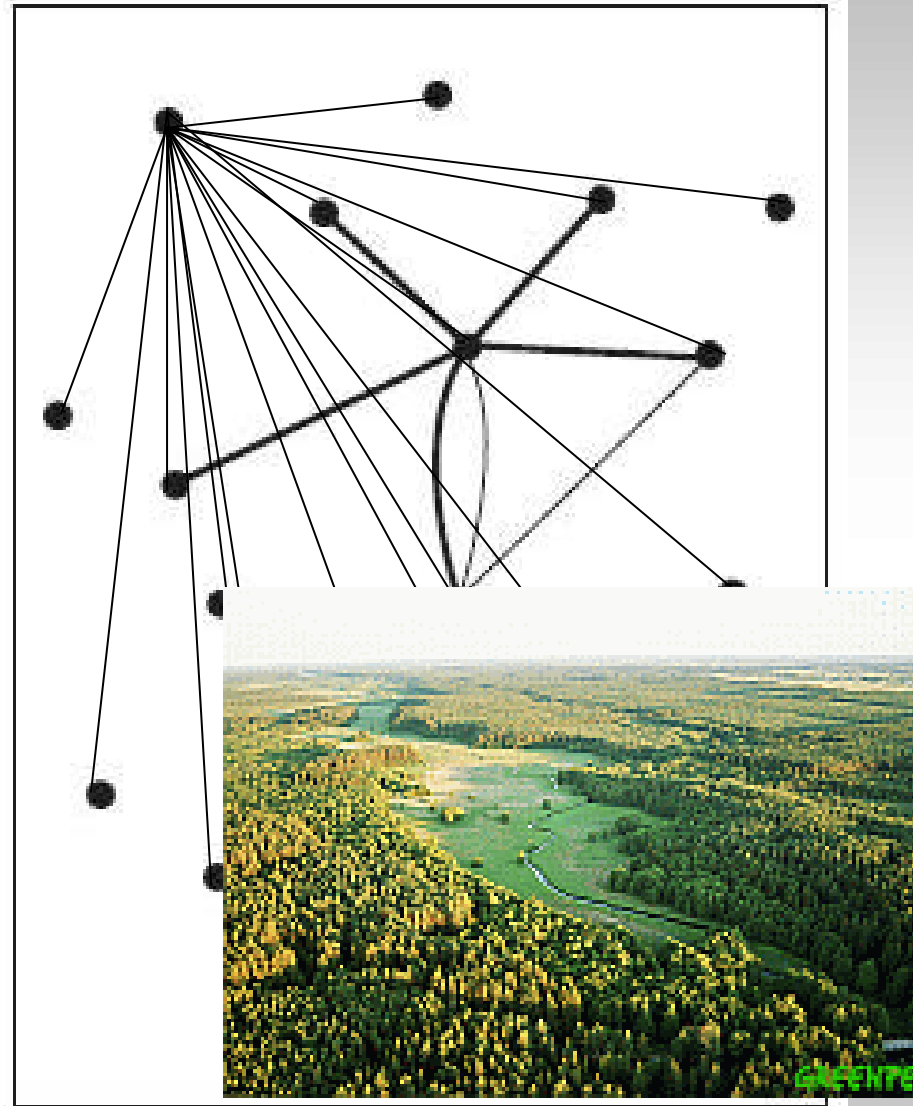
Andrey Markov

(1856-1922), ruský
matematik, teorie
stochastických
(náhodných) procesu.

Náhodné pole a Markovovo náhodné pole

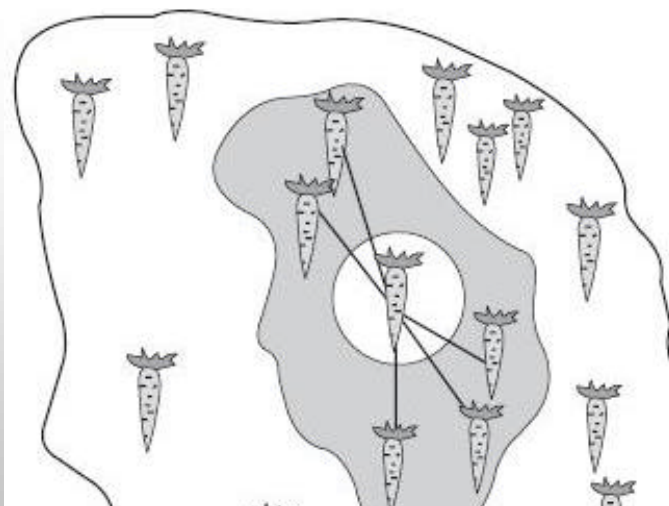
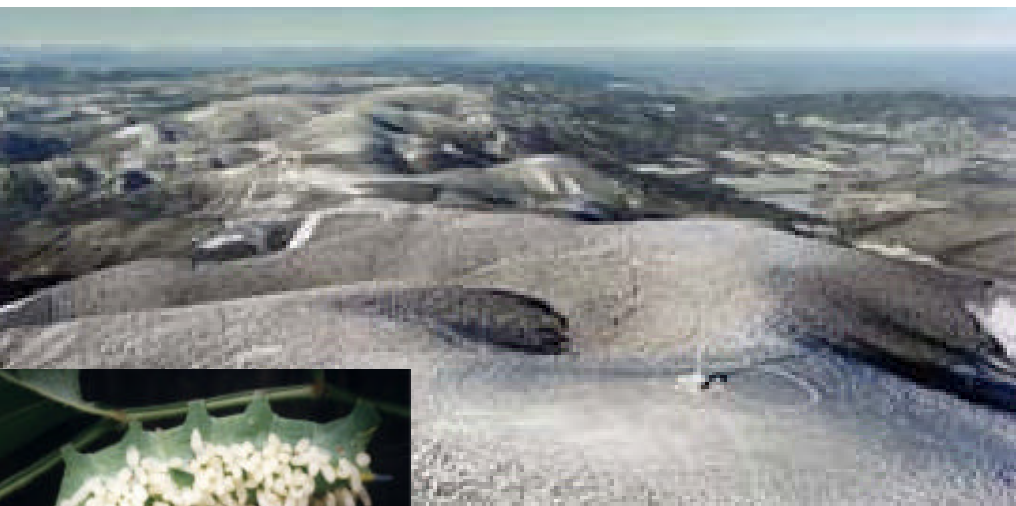
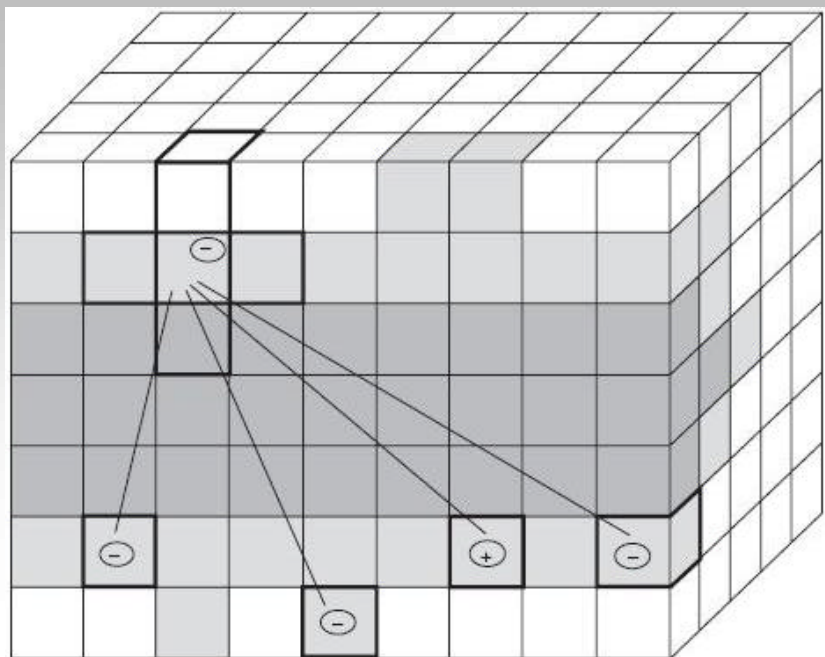


Markovovo pole



Náhodné pole

Náhodné pole a Markovovo náhodné pole



Globální Pravděpodobnosti - Lokální podmíněné pravděpodobnosti

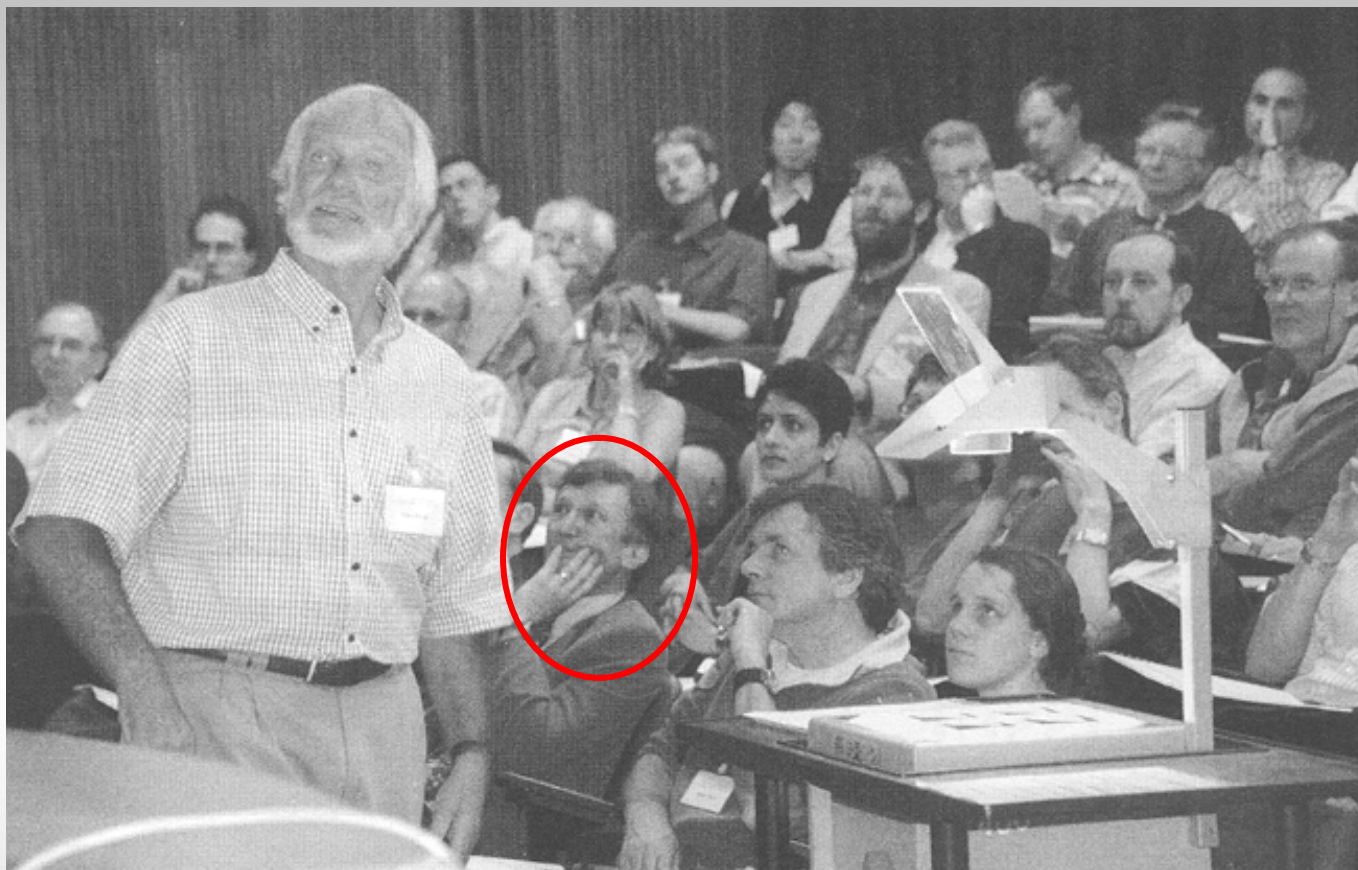
Besagovo tvrzení, 1974

Julian Besag
Professor

University of
Washington

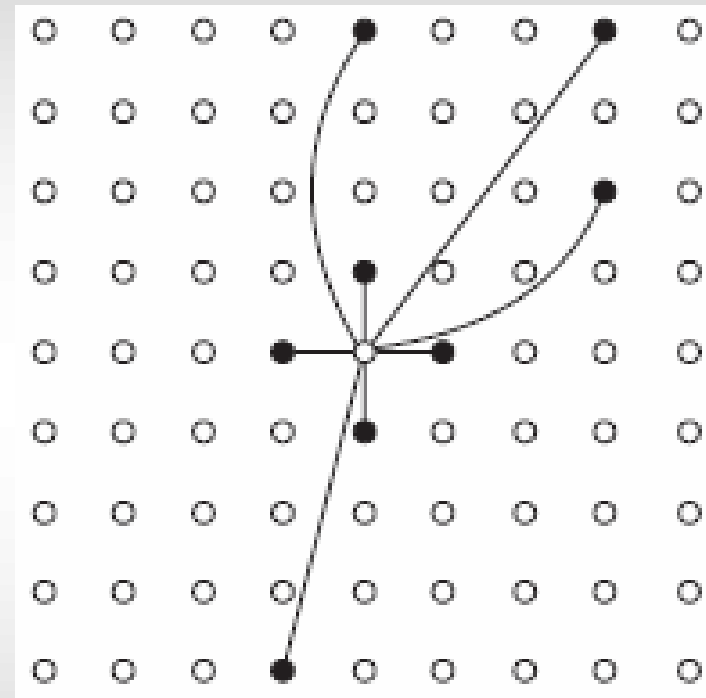
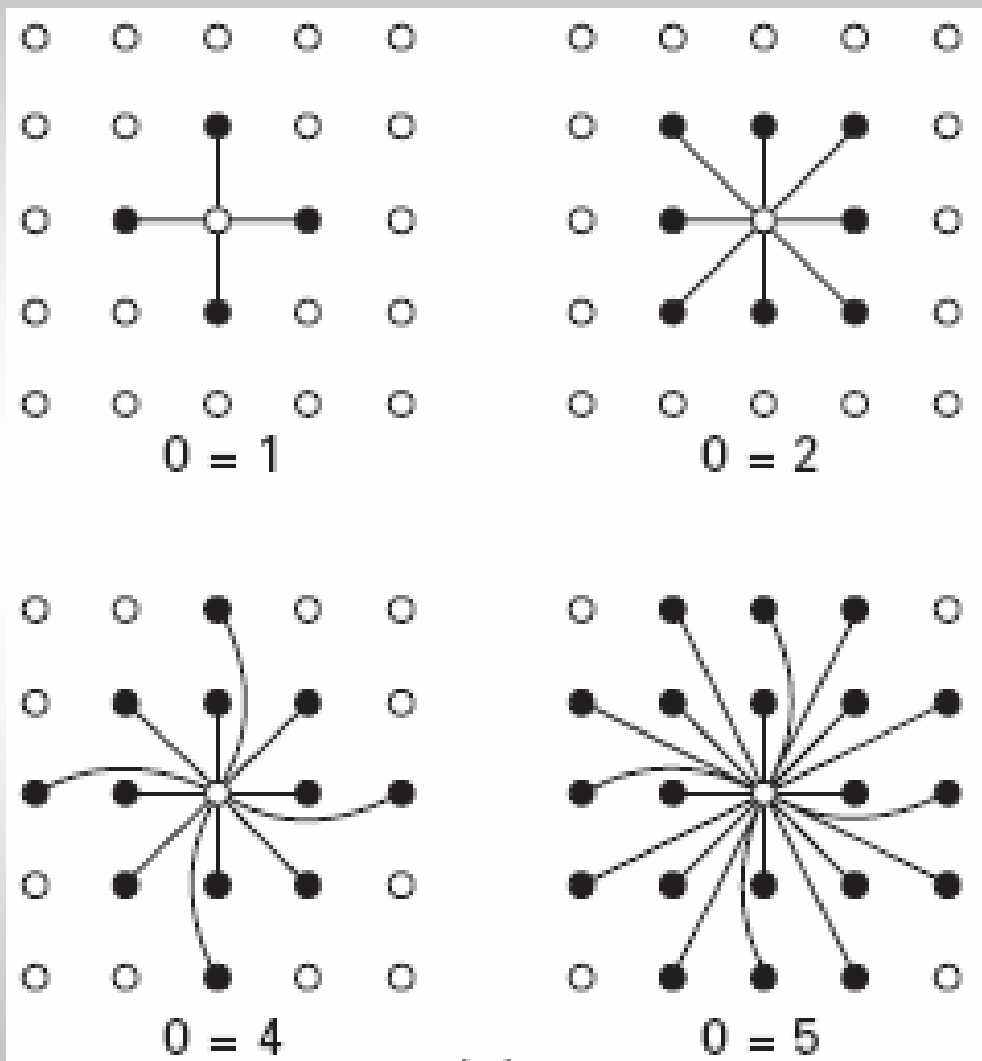
Research: Spatial
statistics, with
applications to
epidemiology,
image analysis,
agriculture, etc.,
Bayesian

inference, Markov
chain Monte Carlo.



$$\frac{P(\vec{x})}{P(\vec{y})} = \prod_{1 \leq i \leq n} \frac{p(x_i \mid y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n)}{p(y_i \mid y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n)}$$

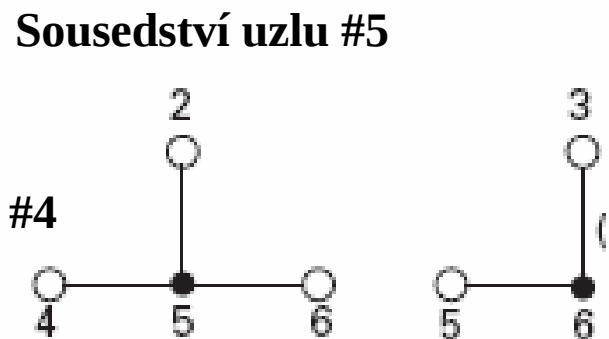
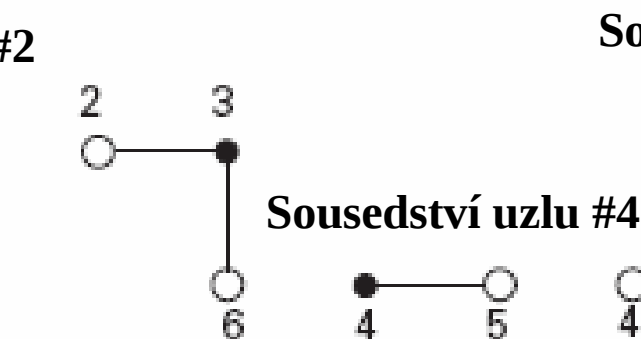
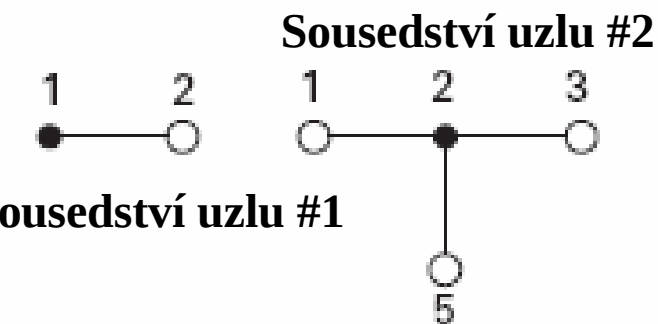
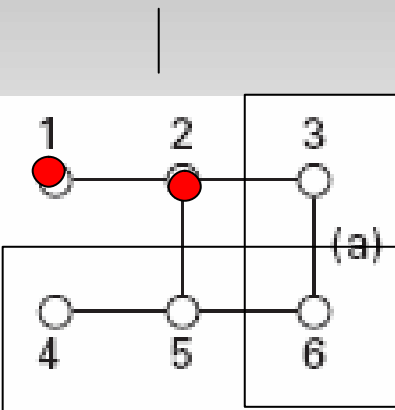
Sousedství: Množina sousedu daného uzlu.



Interakce-sousedství-energie

Markovovo náhodné pole

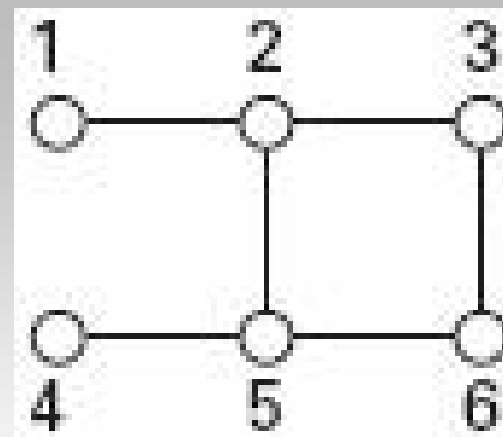
V rámci sousedství mluvíme o lokálních podmíněných pravděpodobnostech.



the set of all neighbourhoods H .

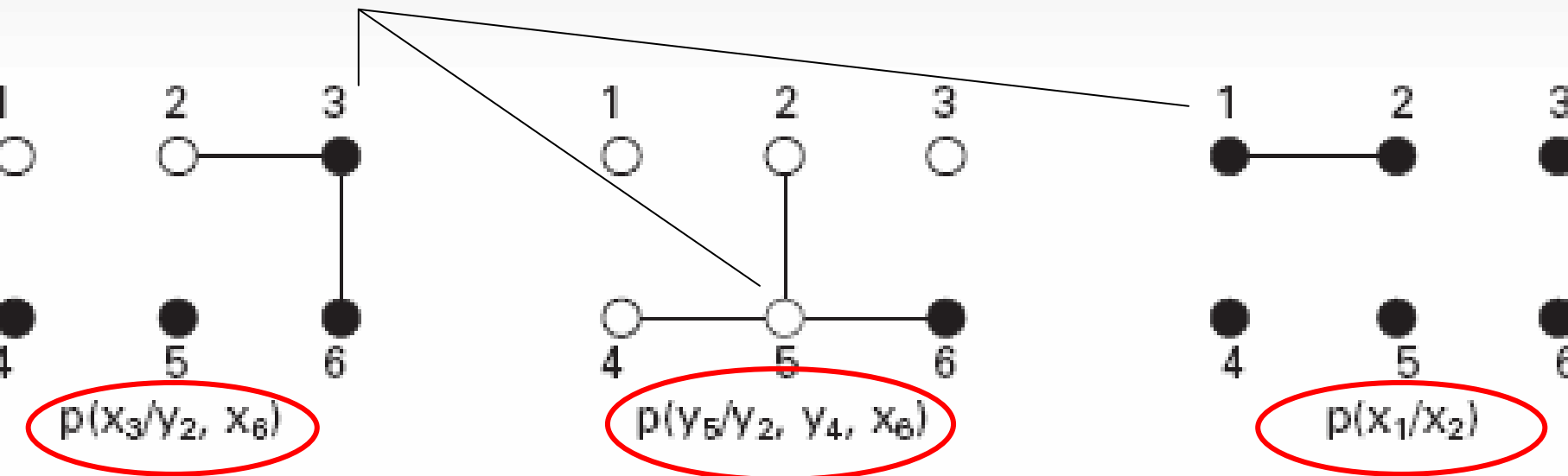
Sousedství uzlu #

Lokální podmíněné pravděpodobnosti a globální pravděpodobnost



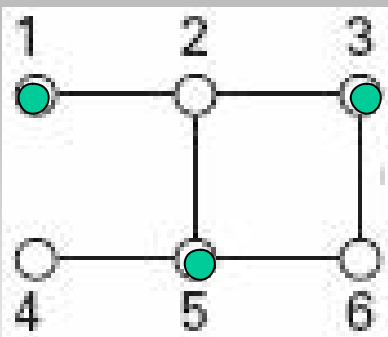
$P(\vec{x})$
Globální

Lokální



14.8 Schemes for local conditional probabilities: $p(x_3|y_2, x_6)$ and $p(x_3|x_2)$ are from the numerator of the Besag proposition while $p(y_5|y_2, y_4, x_6)$ belongs to its denominator.

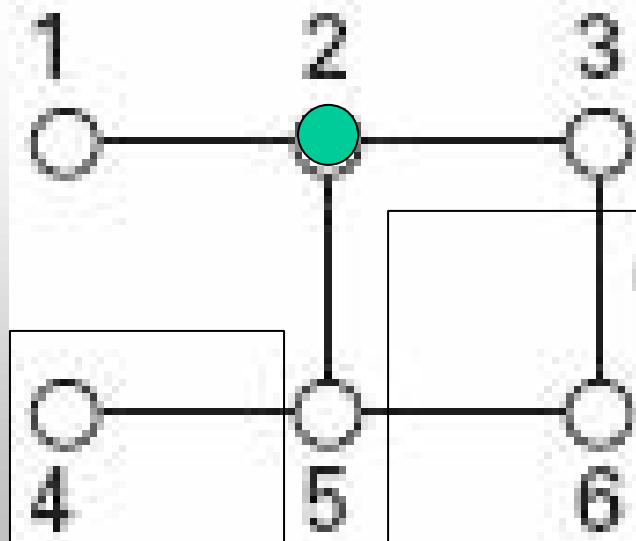
Besagovo tvrzení



Lokální

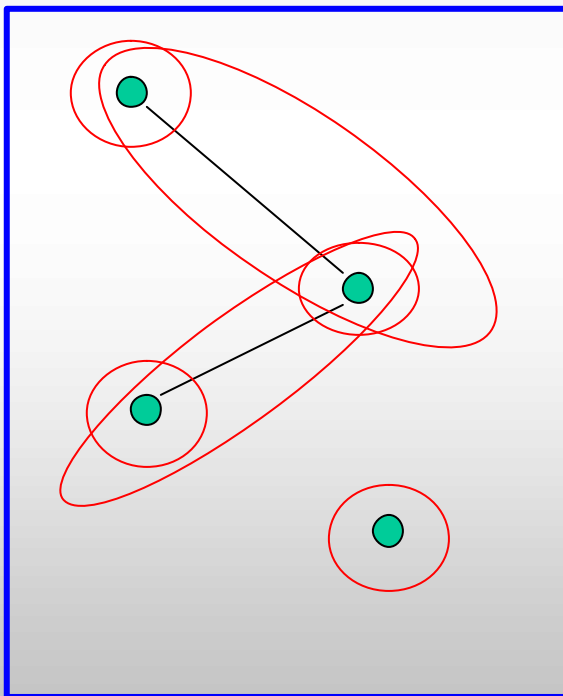
$$\frac{P(\vec{x})}{P(\vec{y})} = \prod_{1 \leq i \leq n} \frac{p(x_i \mid y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n)}{p(y_i \mid y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n)}$$

Globální

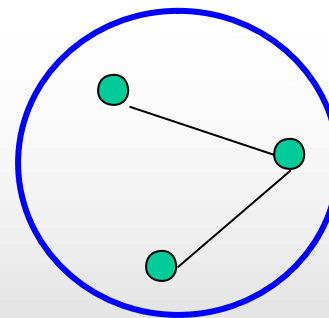


Jaký je obecný tvar
pravé strany?

KLANY: Skupiny vzájemne sousedních uzlu



Každý uzel, sám o sobe, tvoří klan!



Toto není klan!

$$\frac{P(\vec{x})}{P(\vec{y})} = \prod_{1 \leq i \leq n} \frac{p(x_i \mid y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n)}{p(y_i \mid y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n)}$$

Lokální podmíněné pravděpodobnosti lze faktorizovat klanovými funkcemi.

$$p(x_i \mid y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n) = g_1(x_i) g_2(x_i, y_1) \dots g_n(x_i, y_1, \dots, x_n)$$

Klanové funkce g

Pro vztah globálních a lokálních událostí v náhodném poli je klan důležitějším pojmem než uzel!

Globální pravděpodobnosti lze vyjádřit pomocí součinu klanových funkcí.

$$P(\vec{x}) = \prod_{1 \leq i \leq n} g_1(x_i) \prod_{1 \leq i < j \leq n} g_2(x_i, x_j) \prod_{1 \leq i < j < k \leq n} g_3(x_i, x_j, x_k) \dots \prod_{1 \leq i < j < k < \dots < l \leq n} g_n(x_i, x_j, x_k, \dots, x_l)$$

Každému klanu přísluší klanová funkce

I-C veta - Boltzmannuv vzťah

H-C veta

$$P(\vec{x}) = \prod_{1 \leq i \leq n} g_1(x_i) \prod_{1 \leq i < j \leq n} g_2(x_i, x_j) \prod_{1 \leq i < j < k \leq n} g_3(x_i, x_j, x_k) \dots \prod_{1 \leq i < j < k < \dots < l \leq n} g_n(x_i, x_j, x_k, \dots, x_l)$$

Logaritmus

$$Q(\vec{x}) = \sum_{1 \leq i \leq n} q_1(x_i) + \sum_{1 \leq i < j \leq n} q_2(x_i, x_j) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} q_3(x_i, x_j, x_k) \dots + \sum_{1 \leq i < j < k < \dots < l \leq n} q_n(x_i, x_j, x_k, \dots, x_l)$$

$$\ln P(\vec{x}) = Q(\vec{x})$$

$$P(\vec{x}) = \frac{1}{Z} \exp[-Q(\vec{x})] \quad \text{Boltzmannuv vzťah}$$

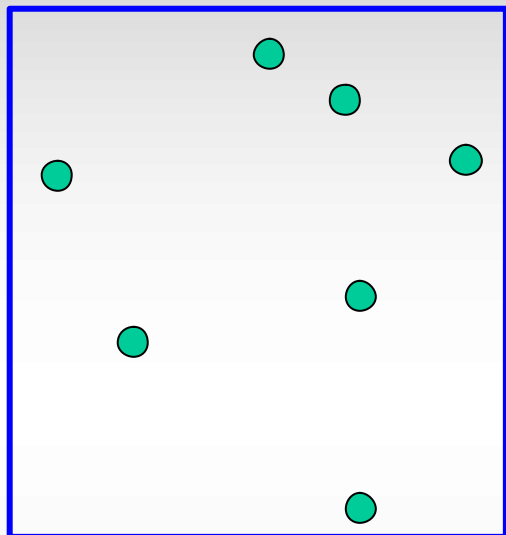


Energie jsou aditivní

$$P(\vec{x}) = \frac{1}{Z} \exp \left[- \sum_{1 \leq i \leq n} q_1(x_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} q_2(x_i, x_j) \right]$$

1-C veta tvrdi: Klanové konfigurace jsou na sobe nezávislé!

$$P(\vec{x}) = \prod_{1 \leq i \leq n} g_1(x_i) \prod_{1 \leq i < j \leq n} g_2(x_i, x_j) \prod_{1 \leq i < j < k \leq n} g_3(x_i, x_j, x_k) \dots \prod_{1 \leq i < j < k \dots < l \leq n} g_n(x_i, x_j, x_k, \dots, x_l)$$



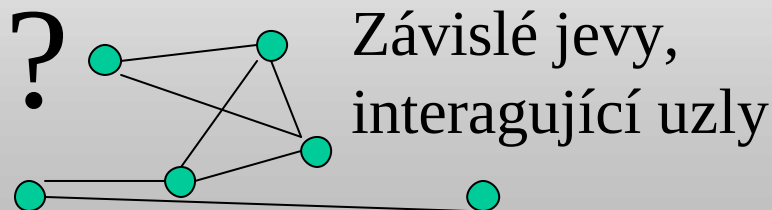
CO TO JE ZA FUNKCE?

COTO JE ZA NEZÁVISLÉ
PRAVDEPODOBNOSTI?

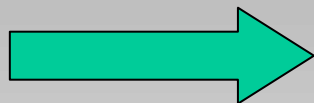
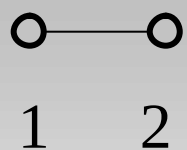
Pravdepodobnost nezávislých jevu

Nezávislé „U Z L Y“

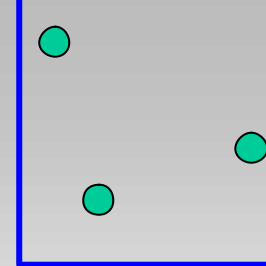
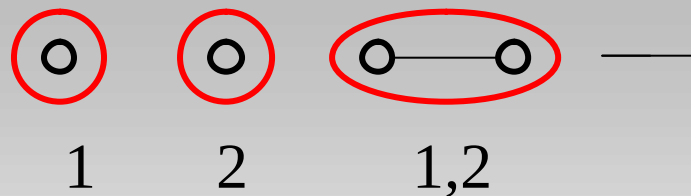
$$P(\vec{x}) = \prod_{1 \leq i \leq n} p(x_i)$$



Náhodné pole



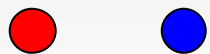
Náhodné pole klanu



Dva stavy
každého z uzlu

Návod

Pravděpodobnosti klanových
konfigurací jsou nezávislé



**Některé kombinace
klanových konfigurací
se nemohou
uskutečnit!**

0,2 0,9

0,8 0,1

0,1

0,2

0,3

0,4

**Náhodné
pole klanu je
pole
ideálního
chování
izolovaných
klanu.**

$$P(\text{blue node} - \text{red node}) = g_1(\text{blue}_1) g_1(\text{red}_2) g_2(\text{blue}_1 - \text{red}_2) \approx$$

rekonstrukce globální

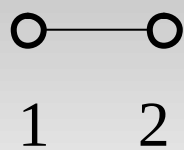
pravděpodobnosti z klanových $\approx 0,8 \times 0,9 \times 0,4 = 0,288$

pravděpodobností

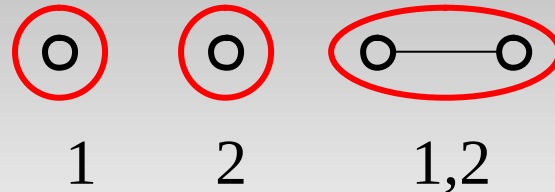
Z !!!

$$(\vec{X}) = \prod_i g_1(x_i) \prod_{i,j} g_2(x_i, x_j) \prod_{i,j,k} g_3(x_i, x_j, x_k) \dots \prod_{i,j,k,\dots,l} g_n(x_i, x_j, x_k, \dots, x_l) \quad 21$$

Náhodné pole

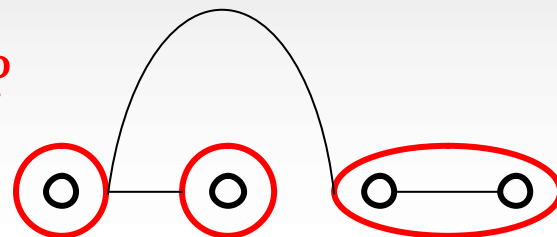


Náhodné pole klanu

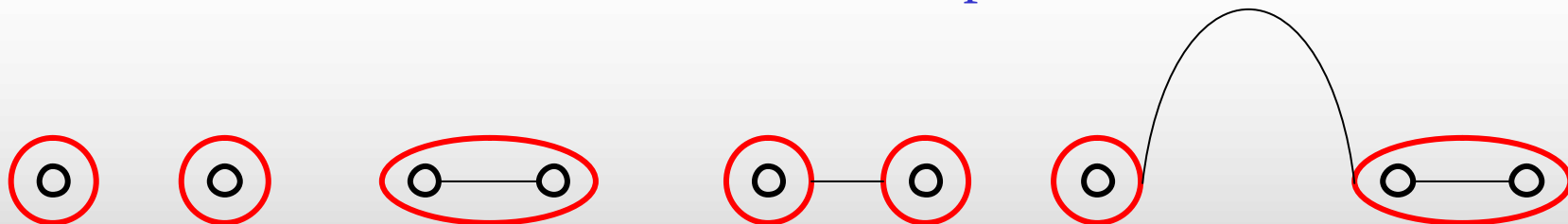


Jejich
pravdepodo
bnosti jsou
nezávislé

Co se stane, když jsou klany závislé?



Náhodné pole s vazbami mezi klany



Nezávislé jsou pak pravděpodobnosti **klanu-klanu**.

Je náhodné pole s **klany-klanu** opravdu **neco jiného** než
Markovovo náhodné pole?



Vzájemné pusobení klanu
je „neco jiného“ než
vzájemné pusobení uzlu

Senátori jsou dobří
lidé, ale Senát je
bestie!



Ising Model

Vysoká
pravdepodobnosť

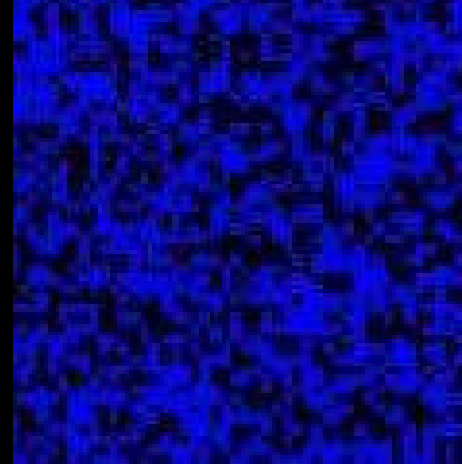
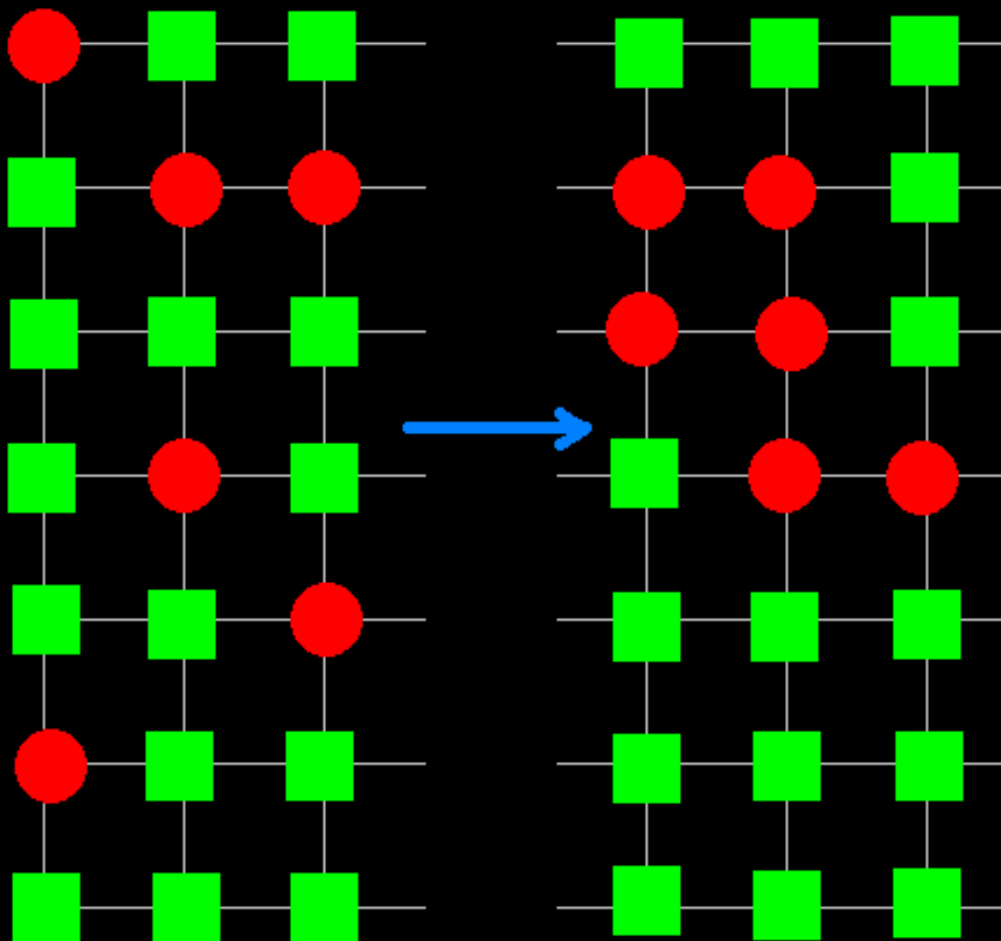


attractive



repulsive

Nízka
pravdepodobnosť



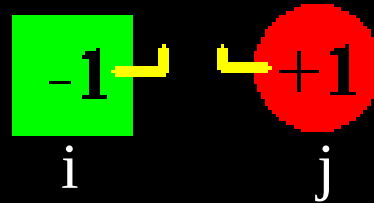
Klanové pravdepodobnosti

1-klany

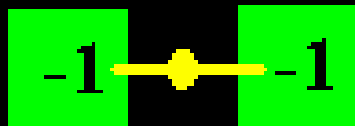
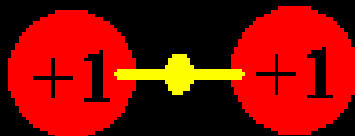
E ↑

Adhesion, cohesion

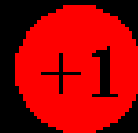
$$-U.(-1 \times 1)=U$$



$$-U.(1 \times 1)=-U$$

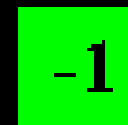


External fields

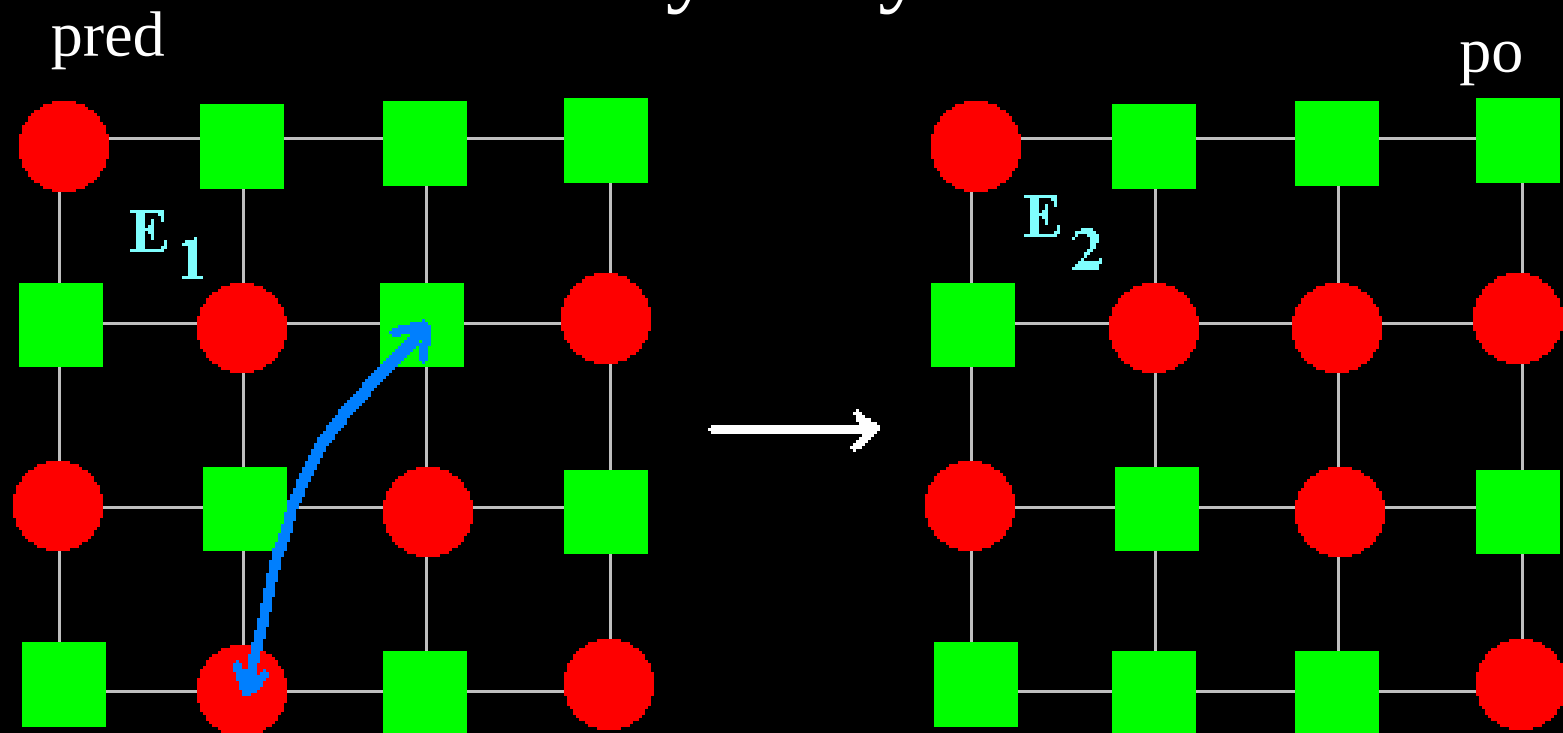


$$\mu H.1=\mu H$$

$$\mu H.(-1)=-\mu H$$



Retezec výměny stavu uzlu



$P(\vec{x})$

$E \uparrow$
 $w_{1 \rightarrow 2} = \exp(-dH/t)$

$$= \frac{P(pred)}{P(po)}$$

dH

$w_{2 \rightarrow 1} = 1$

$$P(po) \geq P(pred)$$

t

$w_{1 \rightarrow 2}$

1

Opakovat
stále dokola

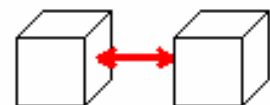
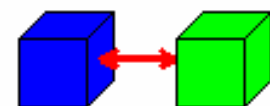
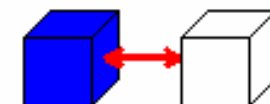
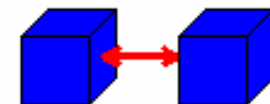
dH



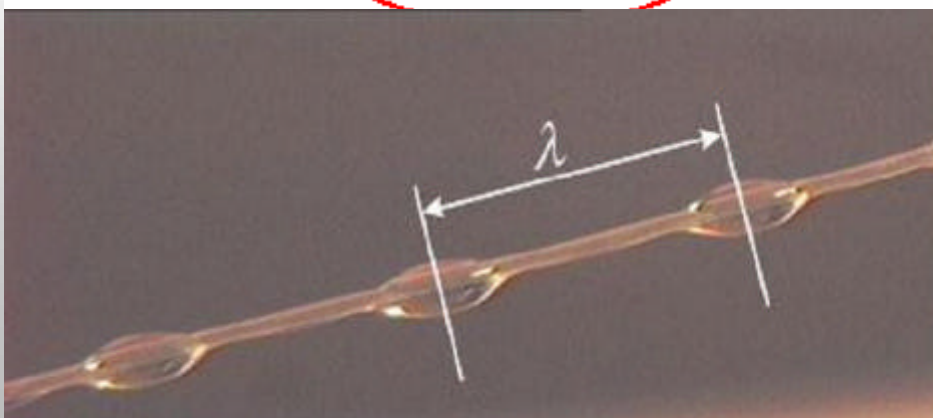
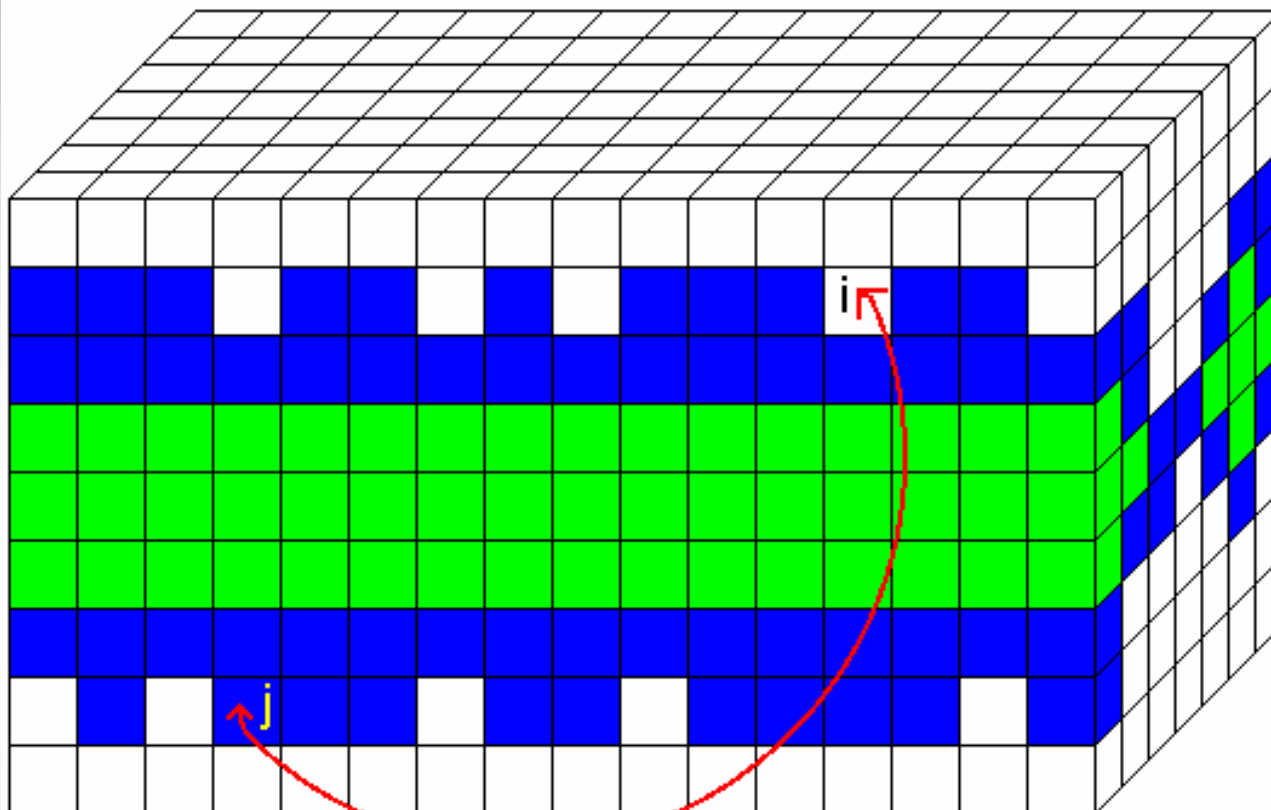
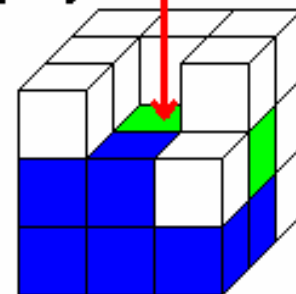
$t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow t_3 \rightarrow t_4$

$$E(t_1) = \sum_{ij} E_{ij}$$

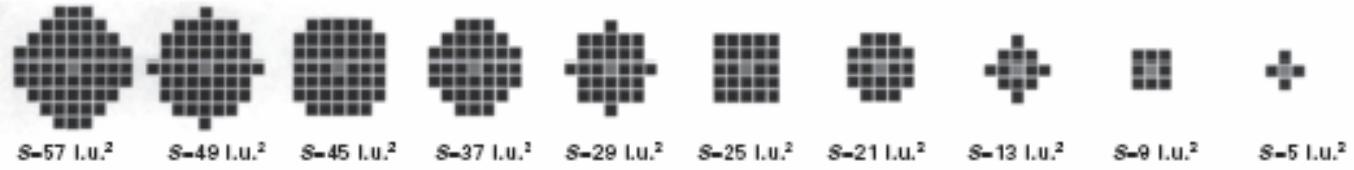
$E(LL)$



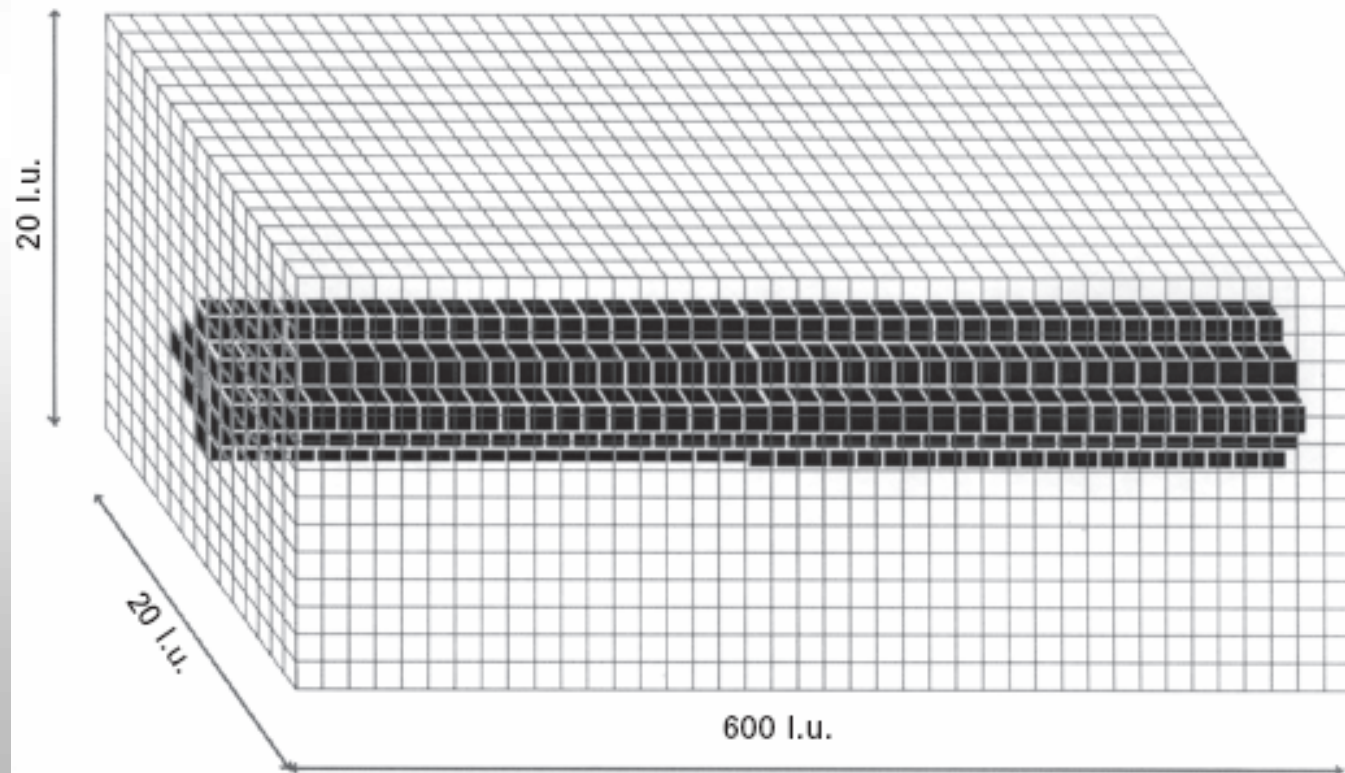
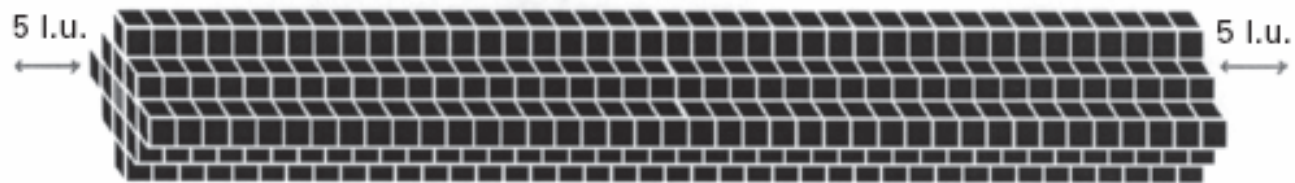
$E(kl)$

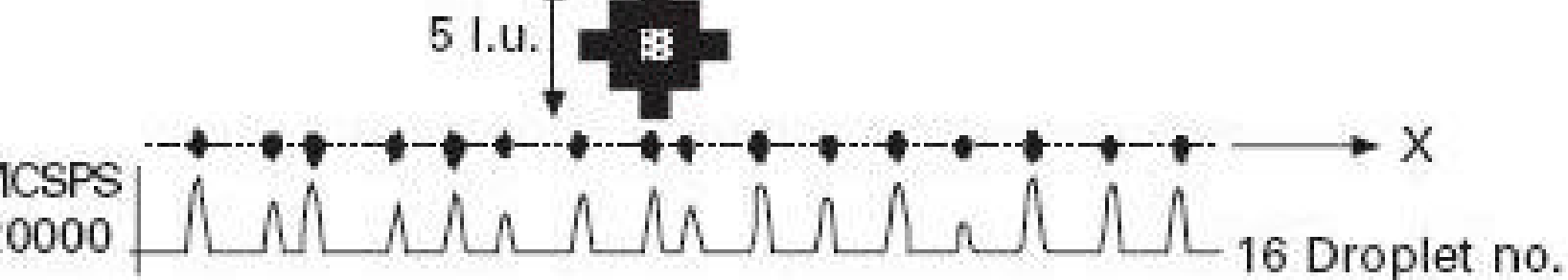


Modelování
Rayleighovy nestability

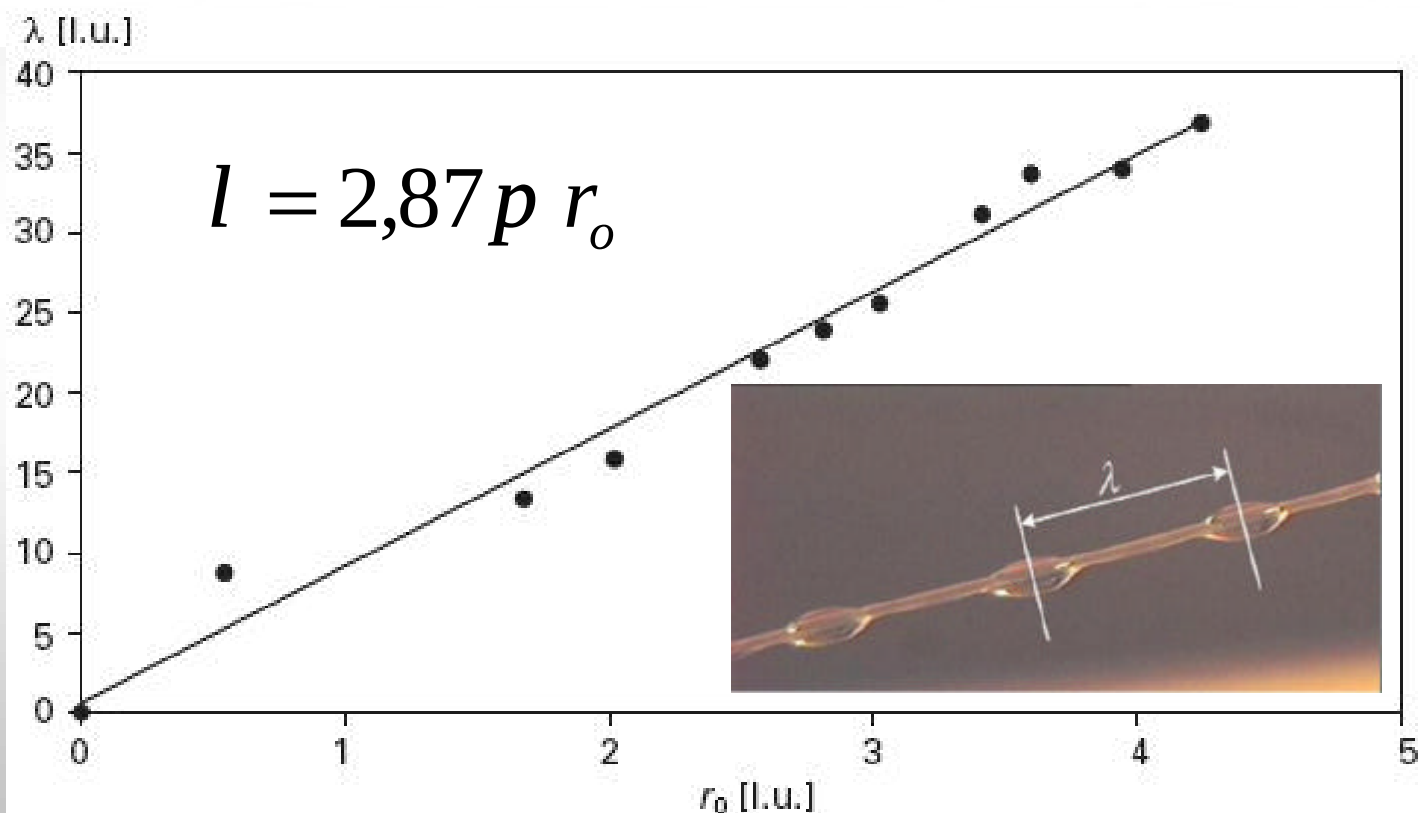


(a)



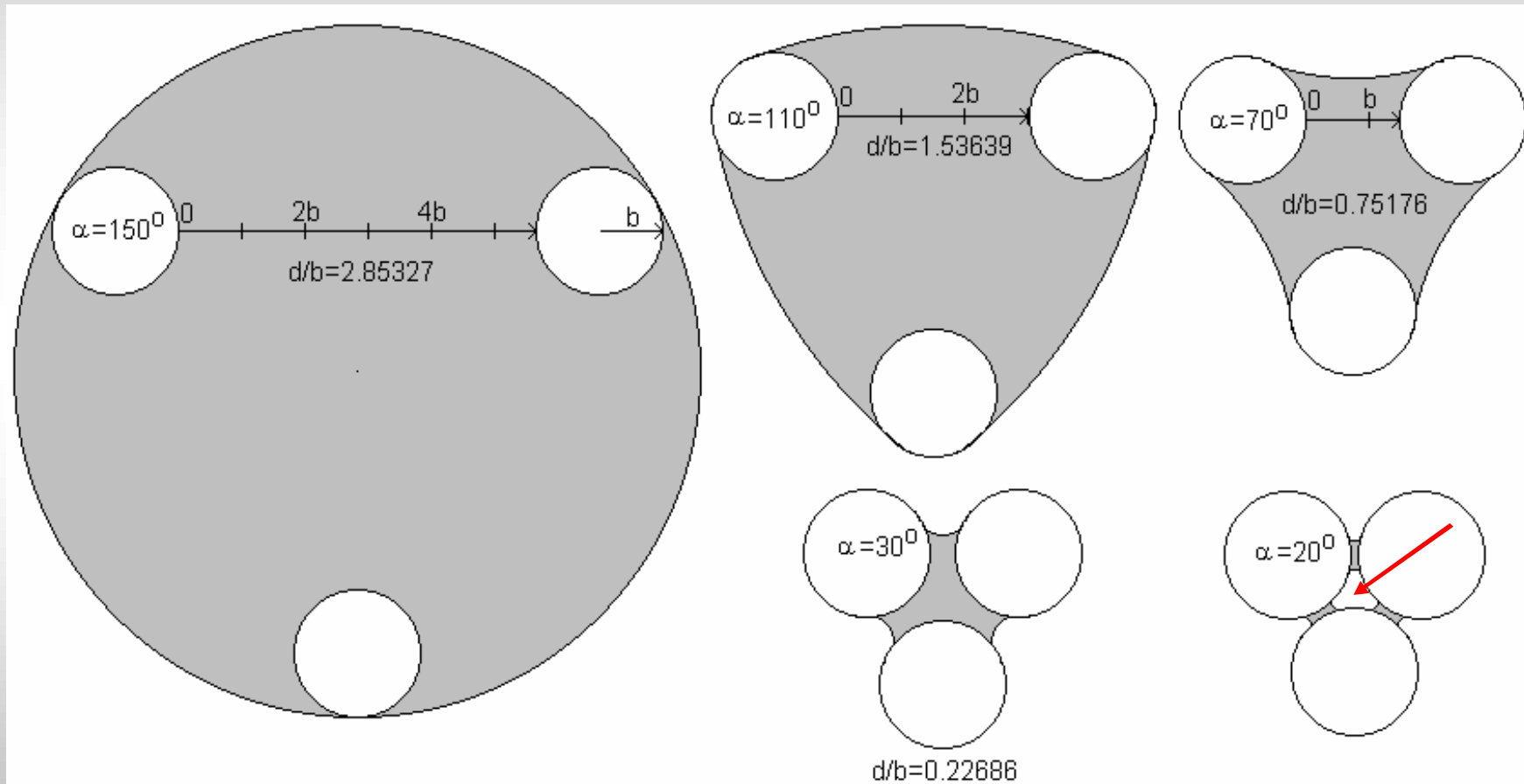


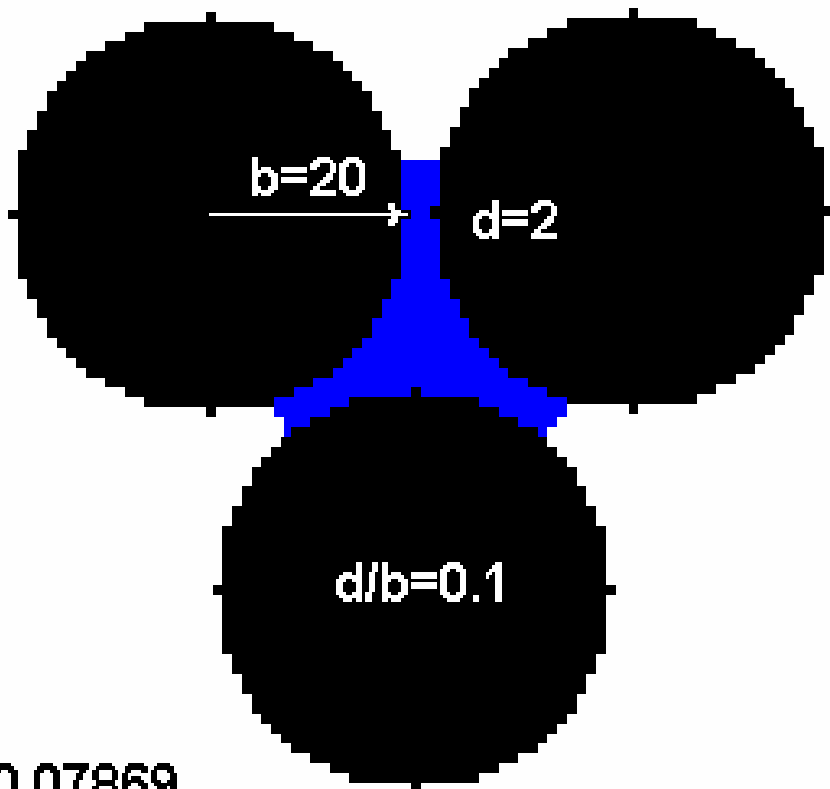
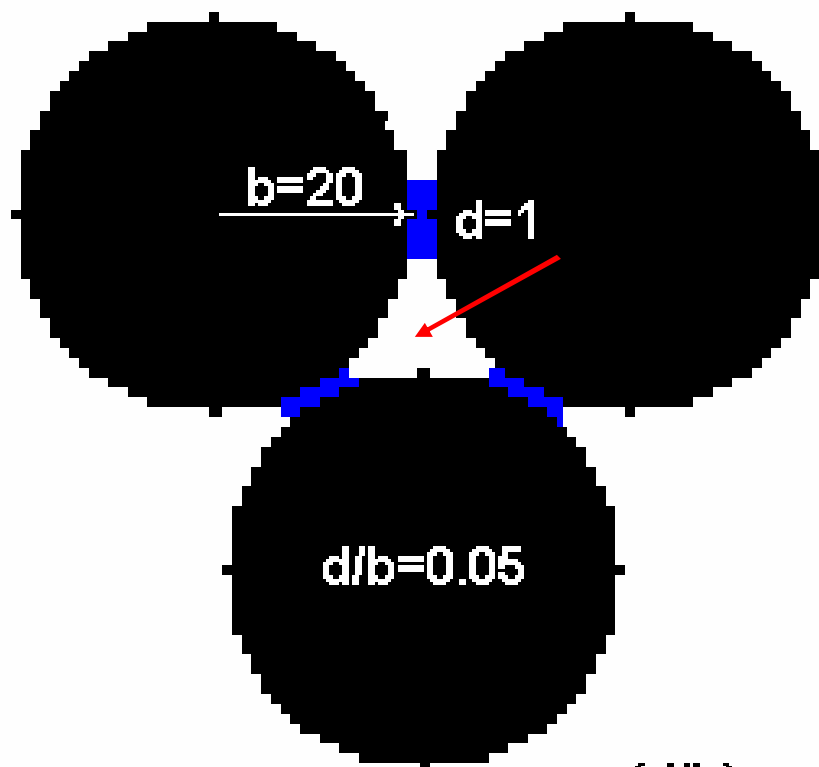
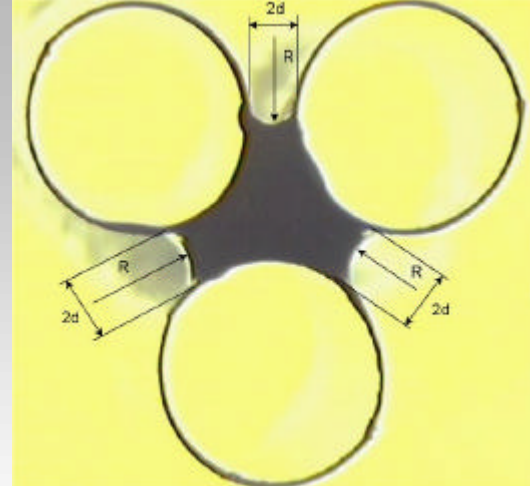
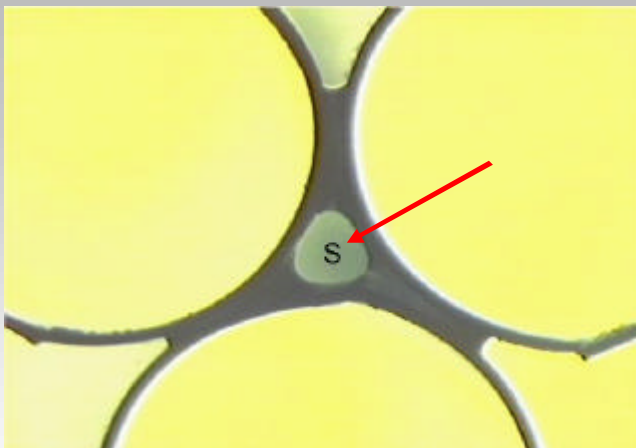
4.19 Liquid cell count inside individual cross-sections perpendicular to the x-axis.



14.22 The dependence of the Rayleigh wavelength λ on the original radius of liquid films (a) and liquid jets (b).

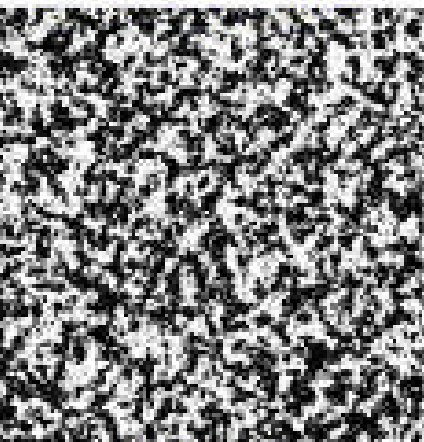
Analytical description



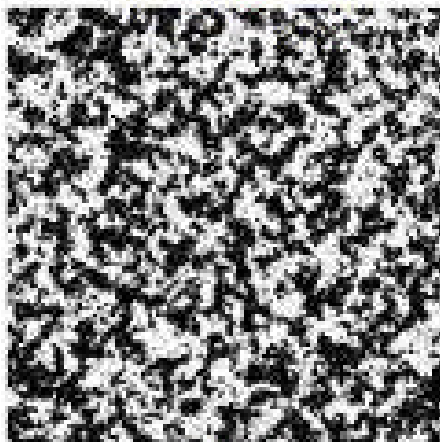


$$(d/b)_{tr1} = 0.07869$$

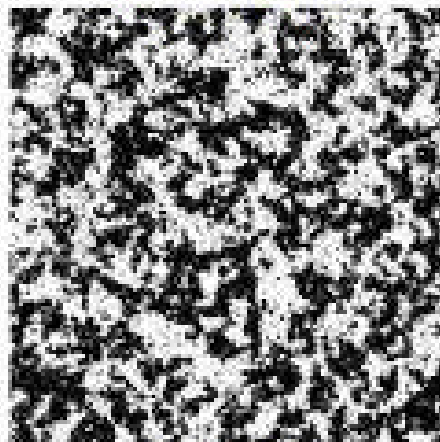
time=50



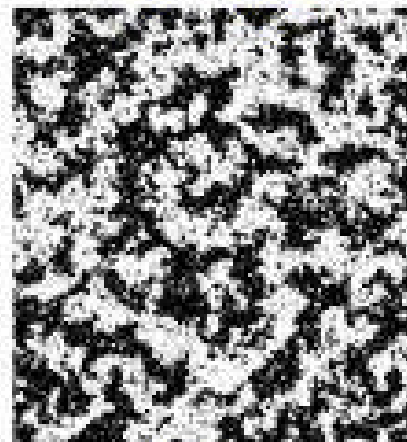
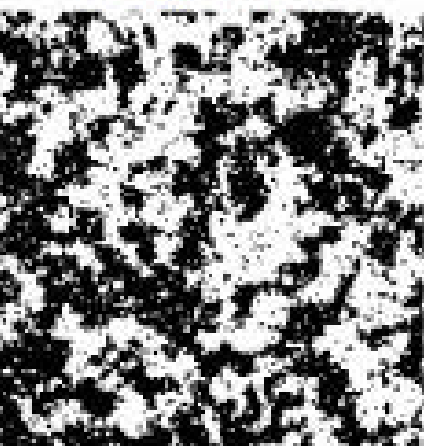
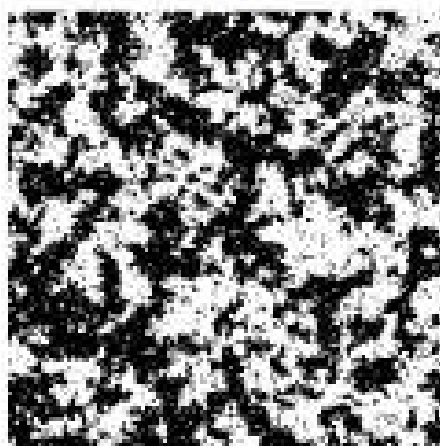
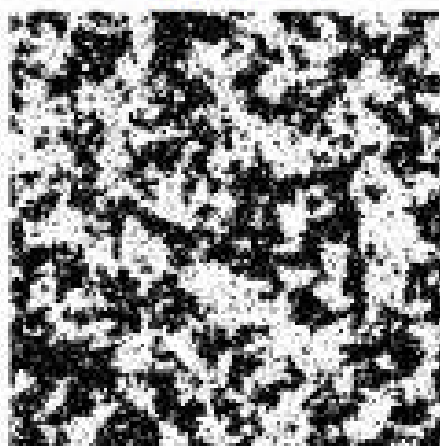
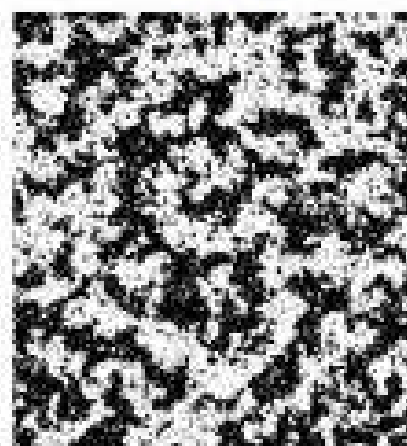
t=100



t=200



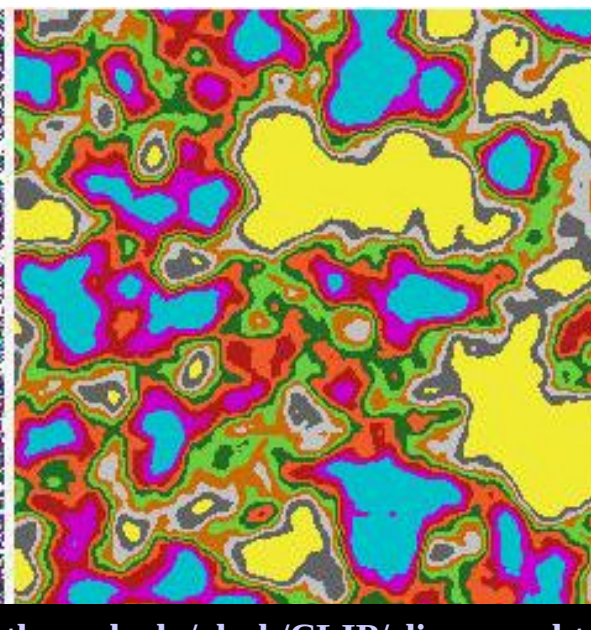
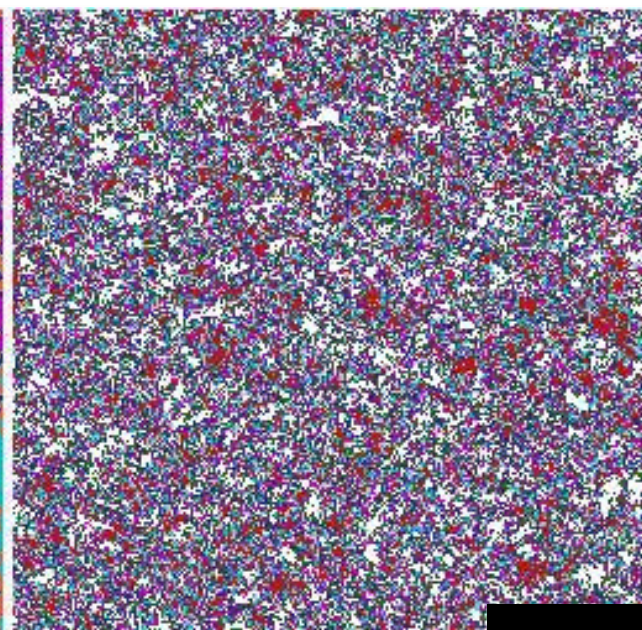
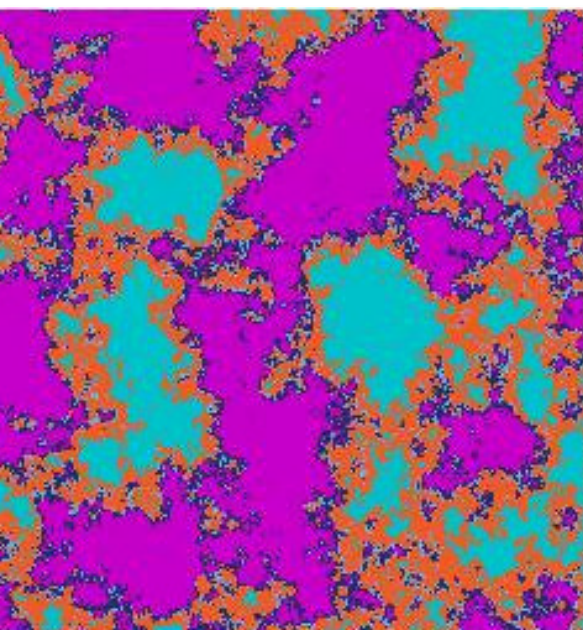
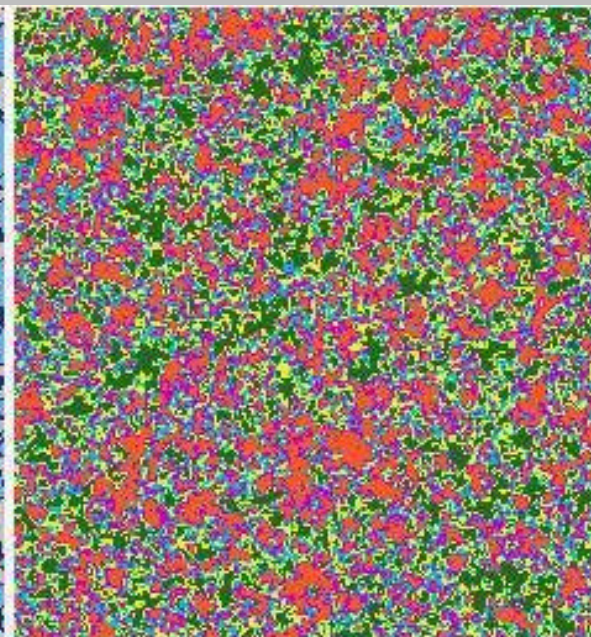
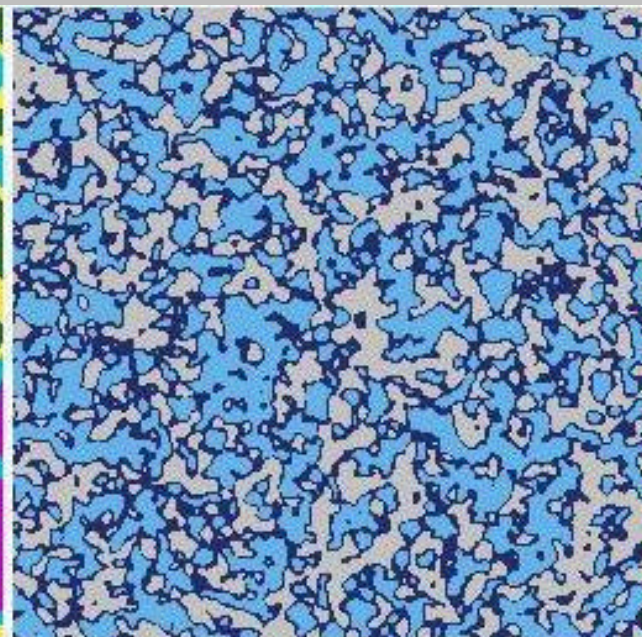
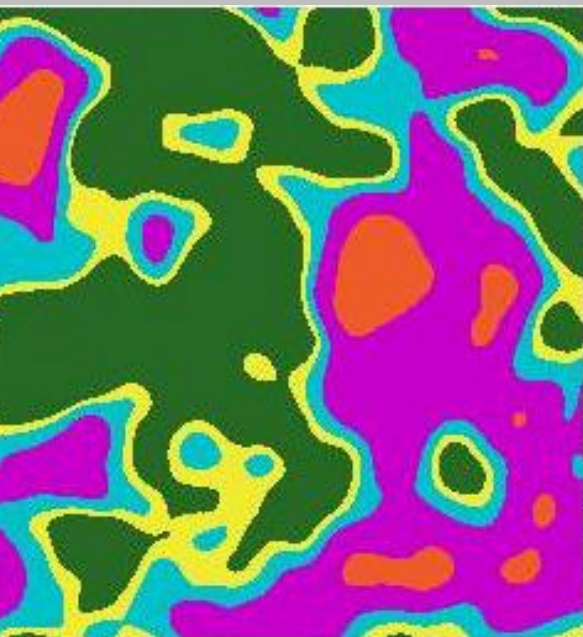
t=400

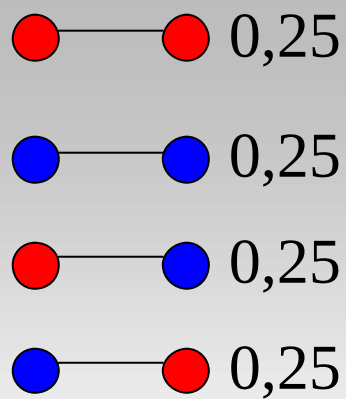
 $2\sqrt{2}L$  $2L$  $\sqrt{2}L$  L 

1/77 PEB Review-979

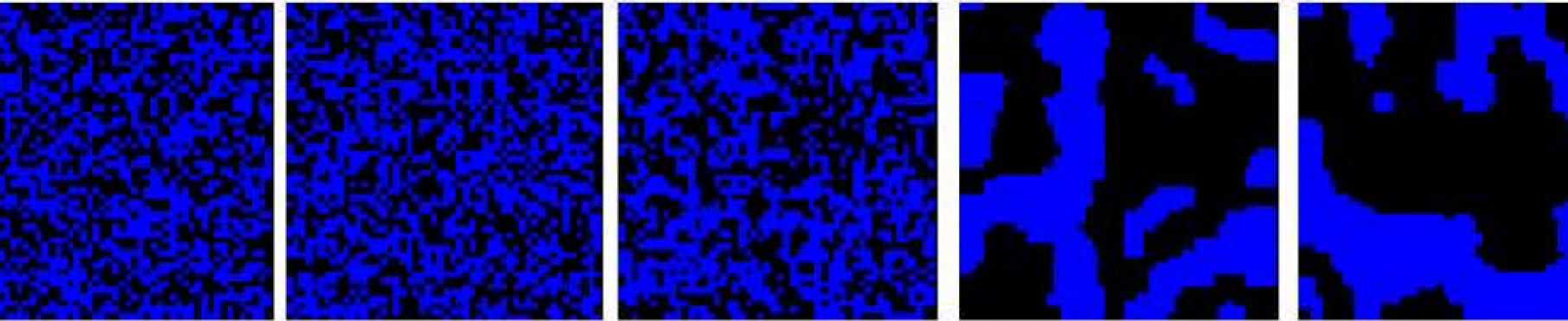
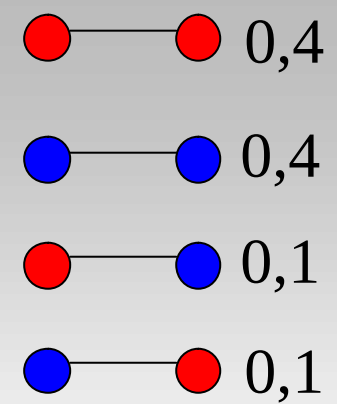
simulation of the **2D Ising model**. The upper row of images show the domain growth versus time. The bottom row are scaled subsections of the upper images (Fraktálová povaha v kritickém bode)

nanodne pole a Markovovo nanodne pole

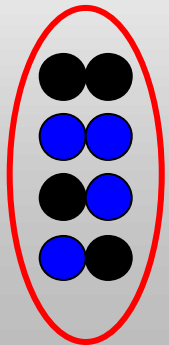




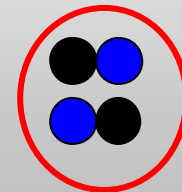
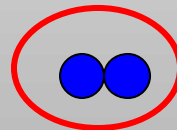
Isinguv model a jeho drama



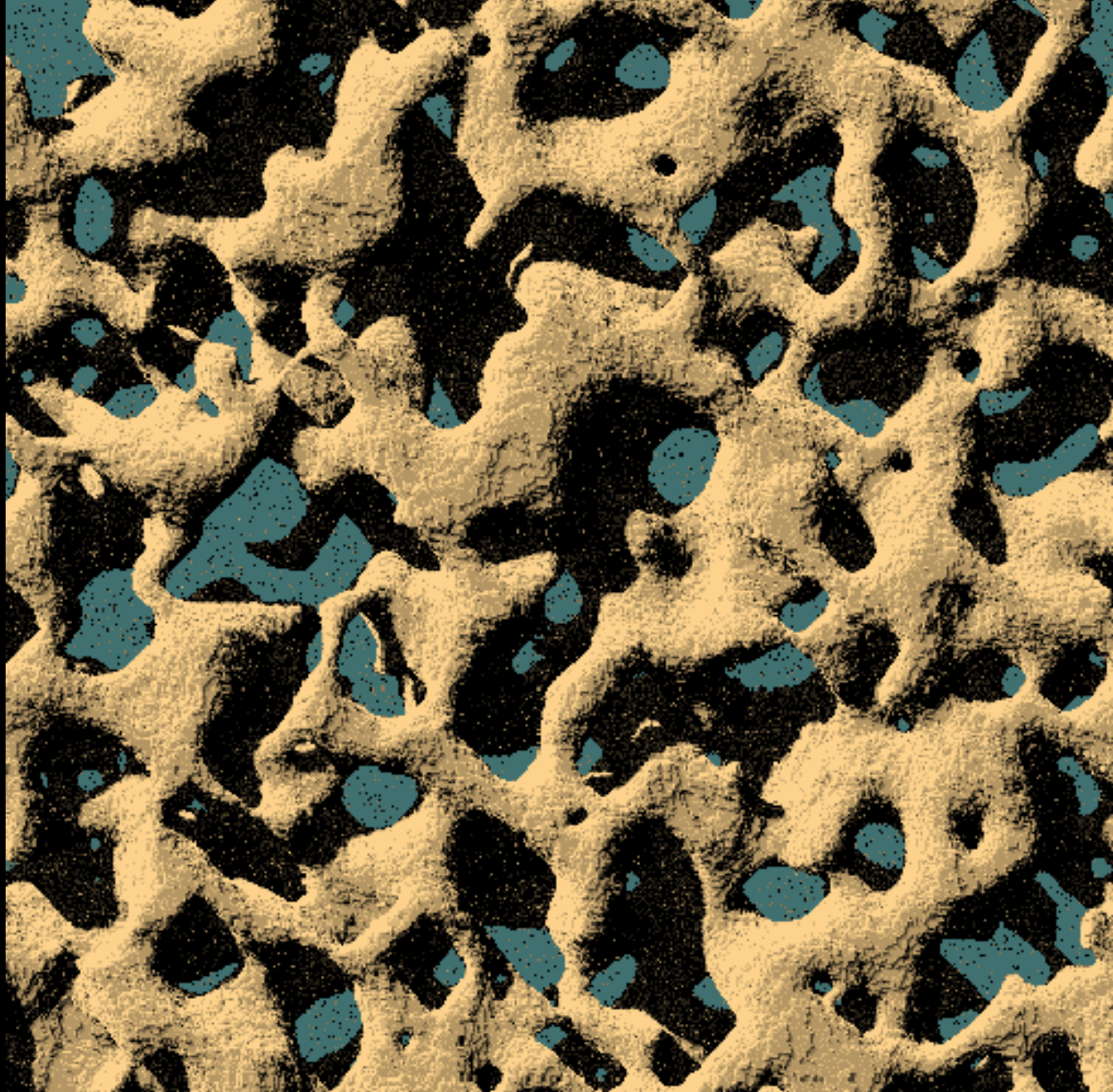
Shodné pravdepodobnosti
klanových konfiguráci.



Výrazne odlišné pravdepodobnosti



Three-dimensional
Ising model, below
the critical
temperature
Ising spin system
cooled
substantially below
the critical
temperature;
phase separation is
progressing
inevitably



The gate of the Yale Chemistry Research building is adorned with a model beloved of physicists and chemists who study phase transitions: the Ising model

