

# Numerické simulace proudění na pohyblivých sítích

Autoreferát disertační práce

Studijní program:P3901 – Aplikované vědy v inženýrstvíStudijní obor:3901V055 – Aplikované vědy v inženýrství

*Autor práce: Školitel:*  **Ing. Václav Řidký** doc. Ing. Petr Šidlof, Ph.D.



## Abstrakt

Disertační práce je zaměřena na paralelní numerické výpočty proudění na pohyblivých sítích v prostředí OpenFOAM a Vectis. Oba výpočetní softwary využívají k diskretizaci rovnic metodu konečných objemů s ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) přístupem pro dynamické sítě.

V disertaci jsou popsány matematické rovnice popisující proudění vazké tekutiny, přístupy k modelování turbulence a numerické řešení těchto rovnic pomocí metody konečných objemů. Dále je proveden rozbor několika metod pro výpočet polohy uzlů deformované sítě, včetně analýzy jejich vlivu na kvalitu výpočetní sítě a stabilitu výpočtu. Tyto metody a výsledky analýz jsou ověřeny na benchmarkové úloze a aplikovány na tři případy z reálné praxe.

V OpenFOAMu se kromě ověření na jednoduchém případě deformace sítě při obtékání kmitajícího válce řeší dvě úlohy. První je výpočet proudění v hlasivkovém traktu člověka. Hlasivky se modelují jako tuhé těleso s vynuceným pohybem se dvěma stupni volnosti. Numerické simulace jsou počítány na zjednodušeném geometrickém modelu hlasivkového traktu ve 2D a 3D. V práci jsou porovnána proudová pole a průtoky získané pomocí modelu stlačitelné a nestlačitelné vazké tekutiny a různých modelů turbulence. Druhým případem je obtékání leteckého profilu, který je pružně uložen se dvěma stupni volnosti v přípravku, ve kterém je umístěn do aerodynamického tunelu. Výsledkem numerických simulací je rozložení rychlosti a tlaku na povrchu leteckého profilu při různých fázích pohybu leteckého profilu. Tyto výsledky jsou porovnány s daty z tlakových senzorů a z interferogramů získaných v aerodynamickém tunelu. Pohyb hlasivek a leteckého profilu je v numerických simulacích předepisován jako okrajová podmínka. V obou úlohách je použita jedna výpočetní sít, která se vlivem pohybu hlasivek nebo leteckého profilu deformuje.

Třetí řešenou úlohou je výpočet výměny náplně válce spalovacího motoru v programu Vectis ve spolupráci se Škoda Auto a. s. Práce se zaměřuje na chování proudových polí během fáze sání a komprese u čtyřdobého spalovacího motoru. Správné proudění vzduchu do válce má pozitivní efekt na hoření, rozmísení paliva a vznik sazí. V práci jsou porovnávány vlivy dvou typů sacích kanálů na proudové pole uvnitř válce spalovacího motoru a parametry určující rozvíření směsi (Tumble a turbulentní kinetická energie).

#### Klíčová slova:

výpočetní mechanika tekutin – CFD, numerická simulace, dynamické sítě, metoda konečných objemů, biomechanika hlasu, proudění kolem křídel, proudění ve spalovacím motoru

### Abstract

The dissertation is focused on parallel numerical simulations of flow on dynamic meshes in OpenFOAM and Vectis. Both computational softwares use the Finite Volume Method in Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) formulation to discretize the governing equations on dynamic meshes.

The mathematical equations describing viscous fluid flow are described, together with turbulence modelling approaches and numerical solution of the governing equations by the Finite Volume Method. Further, the thesis describes and analyses various approaches for the computation of deformed grid point positions, including analysis of their impact on the mesh quality and stability of the numerical scheme. These methods and results are verified on a benchmark case and applied on three real-world problems.

In addition to a benchmark case of oscillating cylinder cross-flow, two problems are solved in OpenFOAM. The first case is numerical simulation of airflow in the human larynx. The vocal folds are modelled as solid bodies with two degrees of freedom. Numerical simulations are realized on a simplified geometric model of the human larynx in 2D and 3D. The unsteady flow fields and glottal flow rate waveforms simulated using incompressible and compressible flow models and various turbulence modelling approaches are compared. The second case is flow around an airfoil, which is elastically supported with two degrees of freedom in a wind tunnel. The result of numerical simulations is the velocity and pressure distribution on the airfoil surface at different phases of airfoil motion. These results are compared with data from the pressure sensors and from the interferograms obtained during wind tunnel measurements. The movement of vocal folds and airfoil is prescribed as a boundary condition in numerical simulations. In both cases, one mesh is generated which deforms due to oscillation of the vocal folds or the airfoil.

The third case is in-cylinder flow simulation of the internal combustion engine, which is simulated in the Vectis software in cooperation with Škoda Auto company. The study focuses on the flow field behaviour during the intake and compression phase of the four-stroke internal combustion engine. Correct airflow to the cylinder has a positive effect on combustion, fuel distribution and emissions. The work compares the effects of two types of intake port on the velocity field inside the cylinder and the parameters determining the flow of the mixture (Tumble and turbulent kinetic energy).

#### Keywords:

computational fluid dynamics – CFD, numerical simulation, dynamic mesh, finite volume method, human voice biomechanics, flow past airfoils, in-cylinder flow simulation

# Obsah

Abstrakt	2
Abstract	
Obsah	4
1 Úvod	6
1.1 Cíle disertační práce	7
2 Rovnice popisující proudění tekutiny	
2.1 Vlastnosti tekutin	
2.2 Rovnice popisující proudění	
2.3 Turbulentní proudění	
2.4 Modely turbulence	
3 Numerické řešení rovnic pro proudění tekutiny	
3.1 Úvod do numerického řešení proudění	
3.2 Prostorová diskretizace Navier-Stokesových rovnic	
3.3 Diskretizace v čase	
3.5 ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) metoda	
4 Přístupy pro výpočty proudění na dynamických sítích	
4.1 Problematika deformace sítě	16
4.2 Kvalitativní parametry sítě	16
5 Úloha oscilujícího válce	
6 Numerická simulace obtékání kmitajícího leteckého profilu	19
6.1 Popis úlohy	
6.2 Numerické simulace pro nestlačitelné proudění	
6.2.1 Okrajové podmínky pro nestlačitelné proudění 6.2 2 Výsledky simulací nestlačitelného proudění pro rychlost $M = 0.2$	
6.3 Numerické simulace pro stlačitelné proudění	
6.3.1 Okrajové podmínky pro stlačitelné proudění	
6.3.2 Výsledky simulací stlačitelného proudění pro rychlost $M = 0,43$	
7 Vypočet proudění v hlasivkovém kanálu	
7.1 Popis úlohy	
7.2 Výpočet proudění vzduchu přes oscilující hlasivky	
7.2.1 Okrajové podmínky pro nestlačitelné proudění 7.2.2 Okrajové podmínky pro stlačitelné proudění	
7.2.2 Okrajové podmínky pro stlačitelné proudění	

7.2.3 Výsledky simulací průtoku přes hlasivkovou štěrbinu	
8 Simulace výměna náplně válce spalovacího motoru	
8.1 Úvod do problematiky modelování výměny náplně válce	
8.2 Geometrie výpočetní oblasti, diskretizační síť a její deformace	
8.3 Vliv tvaru sacího kanálu na proudové pole uvnitř válce	
9 Závěr	
Seznam vlastních publikací	
Seznam použité literatury	

# 1 Úvod

S řešením proudění na dynamických geometriích se setkáváme v celé řadě úloh. Velkou skupinu tvoří řešení interakce proudící tekutiny a pružně uložených těles (mosty, drak letadel, výškové budovy atd.), které mohou být za určitých okolností rozkmitány samobuzenými oscilacemi, až dojde k jejich mechanickému poškození. Řešení interakce může pomoci u lidí, kteří vlivem nemoci nebo úrazu přišli o své vlastní hlasivky. Mnoho výzkumných týmů pracuje na vývoji protetické náhrady hlasivek.

Pro účely numerického řešení lze využít několik metod. První je metoda konečných diferencí, která se vyznačuje jednoduchou implementací, ale lze použít pouze na jednoduchých geometriích a strukturovaných sítích. Tato metoda je použita například v práci [Sciamarella 2008]. Druhou metodou je metoda konečných prvků. Základem této metody je rozdělení výpočetní oblasti na konečný počet elementů. V uzlech těchto elementů je pomocí bázových funkcí řešení parciálních diferenciálních rovnic převedeno na soustavu algebraických rovnic. Tato metoda, která lze použít i na složitých geometriích a nestrukturovaných sítích, se používá běžně i pro výpočet proudění. Konečně prvkové modely slouží i k výpočtům interakce hlasivek a proudu vzduchu v disertačních prací [Hrůza 2007; Matug 2015] a v článcích [Švancara 2008; Švancara 2011]. Třetí nejběžnější metodou je Metoda konečných objemů, která je použita pro výpočty v této práci. Metoda konečných objemů je popsána v kapitole 3. Numerické simulace touto metodou jsou prezentovány pro případy na pohyblivých sítích [Jasak 2004; Šidlof 2013], následující dva články se, pak zaměřují na simulace proudění uvnitř spalovacích motorů [Saad 2013; Yin 2016]. Metoda kombinující přístup metody konečných objemů a elementů se nazývá Nespojitá Galerkinova metoda. S výhodou lze využít pro výpočty úloh s nespojitým průběhem řešení. Metoda je implementována do vlastních výpočetních kódů například v pracích [Feistauer 2011; Valášek 2016].

Tato disertace je zaměřena na numerické simulace proudění na dynamických geometriích v programech OpenFOAM a Vectis. Oba tyto softwary využívají k numerickému řešení úloh proudění metodu konečných objemů. Pomocí OpenFOAMu jsou řešeny dvě úlohy obtékání pevných těles s předepsaným kmitáním. První je obtékání modelu leteckého profilu se dvěma stupni volnosti. Druhá úloha je věnována řešení problematiky proudění v hlasivkovém kanálu opět s předepsaným kmitáním. V programu Vectis se řeší numerické simulace výměny náplně u motoru s vnitřním spalováním.

Výše zmíněné příklady jsou v této práci řešeny přístupem, při kterém je časové změna geometrie převedena na deformaci sítě. Existují i další metody výpočtu na pohyblivých geometriích, například pomocí metody vnořené hranice popsané v [Peskin 2002]. V tomto případě výpočetní sít nemusí přímo kopírovat tvar výpočetní oblasti. Výhodou této metody je využití pravoúhlé kartézské sítě, kdy poloha hranic oblasti leží mimo uzly výpočetní sítě. Síť

zůstává neměnná i při změně výpočetní oblasti např. v důsledku pohybu obtékaných těles, zcela tedy odpadají všechny problémy s deformací sítě. Nevýhodou metody je to, že nelze jednoduše zadat okrajové podmínky. To se řeší dvěma způsoby, a to buď zavedením zdroje hybnosti a hmoty v okolí hranice do rovnic popisující proudění (metody zdrojových funkcí [Bandringa 2010]), nebo se modifikují elementy na hranicích (cut-cell metody).

Text práce je rozdělen do čtyř tematických celků. První celek je obecný úvod do problematiky. Další je teorie rozdělená do tří kapitol: popis Navier-Stokesových rovnic pro laminární a turbulentní proudění (kapitola 2), metoda konečných objemů (kapitola 3) a problematika deformace sítě (kapitola 4). Třetí celek je tvořen praktickou částí rozdělenou podle jednotlivých úloh: výpočet deformace sítě okolo oscilujícího válce (kapitola 5), simulace obtékání leteckého profilu s předepsaným kmitáním (kapitola 6), simulace proudění v hlasivkovém kanálu (kapitola 7) a výměna náplně válce spalovacího motoru (kapitola 8). Disertační práci uzavírá závěrečné zhodnocení přínosu práce.

#### 1.1 Cíle disertační práce

Cílem disertační práce je sestavit numerický model proudění na oblastech s časově proměnou geometrií s využitím konečně objemového řešiče OpenFoam a Vectis, tyto numerické modely ověřit na konkrétních úlohách a provést jejich optimalizaci, numerické výsledky získané při simulacích porovnat a v případech, kde jsou dostupná experimentální data, zhodnotit jejich shodu s měřením. Dílčí cíle práce lze formulovat následovně:

- Na benchmarkové úloze oscilujícího válce s předepsaným kmitáním s jedním stupněm volnosti ověřit stabilitu zvolených metod deformace sítí. Porovnat jejich výpočetní náročnosti na definované doméně s různým počtem elementů. Provést vyhodnocení deformované sítě pro zvolenou amplitudu kmitu dle kvalitativních parametrů sítě.
- Při modelování proudění v hlasivkovém kanále dosáhnout co nejnižší tloušťky mezi hlasivkové mezery při zachování stability řešení tak, aby se model co nejvíce přiblížil chování reálných lidských hlasivek. Porovnat vliv stlačitelnosti kapaliny na chování proudění v mezi hlasivkové mezeře pro turbulentní proudění.
- Na úloze oscilujícího leteckého profilu ověřit stabilitu metod pro výpočet deformace pro dva konkrétní případy předepsaného pohybu. Porovnat data z experimentu a simulací.
- V případě modelování výměny náplně válce u čtyřdobého spalovacího motoru sestavit stabilní model pro výpočet proudění v konkrétním pracovním bodu motoru, ověřit jeho funkčnost a porovnat s výsledky měření.

## 2 Rovnice popisující proudění tekutiny

#### 2.1 Vlastnosti tekutin

V celé disertační práci se tekutina uvažuje jako vazká. Při uvažovaní vzájemného odporu částic tekutiny mezi sebou je tenzor napětí  $\tau_{ij}$  roven

$$\tau_{ij} = -\delta_{ij}p + \tau_{ij}.$$
(2.1)

kde *p* je tlak,  $\delta_{ij}$  Kroneckerovo delta a vazké smykové napětí  $\tau_{ij}$  lze pro Newtonovské kapaliny vyjádřit jako součin dynamické viskozity  $\mu$  a gradientu rychlosti. To lze zapsat pomocí zobecněného Hookeova zákona. Vazké smykové napětí je pro izotropní tekutinu (symetrický tenzor napětí) dáno vztahem:

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \vartheta + 2\mu S_{ij},$$
 (2.2)

kde  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  je tenzor rychlosti deformace,  $\lambda$  druhá viskozita a  $\vartheta$  reprezentuje divergenci rychlosti  $\vartheta = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  a  $u_i$  jsou složky vektoru rychlosti.

### 2.2 Rovnice popisující proudění

Pro nestlačitelnou kapalinu je tvar Navier-Stokesova rovnice následující

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i u_j) = \frac{F_i}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta u_i, \qquad (2.3)$$

kde  $v = \frac{\mu}{\rho}$  je kinematická viskozita.

Druhou rovnicí popisující nestlačitelné proudění je rovnici kontinuity v diferenciálním tvaruz, která popisuje zákon zachování hmoty.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \tag{2.4}$$

#### 2.3 Turbulentní proudění

Všechny případy proudění, které jsou v disertační práci zmíněny jsou turbulentní. Proto je nutné pro popis turbulentního proudění použít matematický model, aby se výsledky simulace přiblížili co nejvíce experimentálním datům. Možnosti, jak modelovat turbulentní proudění jsou shrnuty na následujícím obrázku Obr. 1.



Obr. 1: Rozdělení matematických modelů pro řešení proudění.

Ve všech počítaných úlohách byl použit matematický model turbulence založený na časovém středování Navier-Stokesových rovnic – RANS (Reynolds-Averaged Navier Stokes equations). Jedná se o statistickou metodu, která je založena na časovém středování fyzikálních veličin a rovnic. Postup středování je následující:

$$\phi(x,t) = \bar{\phi}(x) + \phi'(x,t),$$
(2.5)

kde  $\overline{\phi}(x)$  je střední hodnota veličiny a  $\phi'(x, t)$  složka obsahující náhodné fluktuace.

Aplikací středovaní na rovnice (2.3) získáme středované Navier-Stokesovy rovnice

$$\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( \overline{u}_{i} \overline{u}_{j} \right) = \frac{F_{i}}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_{i}} + \nu \Delta \overline{u}_{i} - \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( -\overline{u_{i} \cdot u_{j}} \right).$$
(2.6)

Středována je také rovnice kontinuity

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0. \tag{2.7}$$

Metod matematického modelování založených na RANS je několik, dále se dělí na dvě základní podskupiny. Hlavním rozdílem mezi skupinami je způsob, kterým dochází k uzavření systému Reynoldsových rovnic. U Reynoldsových rovnic je více proměnných, než kolik se dá z daných rovnic vypočítat. První skupinu tvoří metody založené na Boussinesquově hypotéze a druhou skupinu tvoří metody modelující Reynoldsovy napětí.

Boussinesquova hypotéza o turbulentní viskozitě, podle které jsou Reynoldsova napětí úměrná středním gradientům rychlosti analogicky, jak je tomu u vazkých napětí (Newtonův zákon), je formulována takto:

$$-\overline{u_{i}'u_{j}'} = \nu_{t} \left( \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u_{j}}}{\partial x_{i}} \right) - \frac{2}{3} \left( k + \nu_{t} \frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{i}} \right) \delta_{ij}, \qquad (2.8)$$

, kde k je turbulentní kinetická energie a je počítaná následujícím vztahem

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}.$$
 (2.9)

Možností, jak uzavřít soustavu rovnice je celá řada. Pro výpočet turbulentní vazkosti lze použít jednoduché algebraické vztahy nebo také přidat další rovnice pro veličiny, ze kterých je následně turbulentní viskozita dopočítávána. V disertační práci byly použity dva dvourovnicové modely, a to model k- $\varepsilon$  a k- $\omega$  SST.

#### 2.4 Modely turbulence

Tato kapitola popisuje implementaci modelů k- $\varepsilon$  a k- $\omega$  SST v knihovně OpenFOAM pro nestlačitelné proudění. Tyto modely byly zvoleny na základě jejich robustnosti, výpočetní náročnosti a přesnosti. Jejich popis vychází z práce [Spalding 1972; Spalding 1974] pro k- $\varepsilon$  model turbulence a [Menter 2003] pro k- $\omega$  SST.

Modely turbulence pro výpočetní program Vectis se pak od modelů implementovaných v OpenFOAMu liší. U motorů přitom dochází na hranách sedlových ventilů k masivnímu odtrhávaní proudění. Tento děj nastává jak během nasávání směsi do válce, tak během otevírání výfukového ventilu, kdy expandovaný plyn proudí vysokou rychlostí ven z válce spalovacího prostoru. Standartní model je tedy upraven dle [Durbin 1996; Durbin 2009] tak, aby nedocházelo k velkému nárůstu turbulentní kinetické energie v oblasti stagnačního bodu vlivem velkého gradientu rychlosti.

Nestlačitelné turbulentní proudění lze popsat středovanou rovnicí kontinuity (2.7) a středovanými N-S rovnicemi (2.6). Takto zvolený soubor rovnic je potřeba doplnit o další rovnice, pomocí kterých získáme veličiny nutné pro výpočet turbulentní viskozity

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \,, \tag{2.10}$$

kde  $C_{\mu}$ = 0,09 je konstanta modelu.

Pro k-ε model jsou koeficienty, které složí k výpočtu turbulentní viskozity a tím k uzavření řešené soustavy rovnic, získány následujícími rovnicemi. První rovnice popisuje výpočet kinetické turbulentní energie k:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\nu + \alpha_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} = G - \varepsilon, \qquad (2.11)$$

která obsahuje konstantu  $\alpha_k = 1$ ,  $\varepsilon$  reprezentuje disipaci malých vírů na teplo a produkční člen *G* je roven

$$G = \nu_t \left( \frac{\partial \overline{u}_l}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u}_l}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \right).$$
(2.12)

Druhá rovnice pro specifickou disipaci ɛ pak popsána takto:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \alpha_{\varepsilon} \nu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] = C_1 G \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k}, \qquad (2.13)$$

kde jsou konstanty  $\alpha_{\varepsilon} = 1.3$ ,  $C_1 = 1.44$  a  $C_2 = 1,92$ .

Druhým běžně používaným dvourovnicovým modelem turbulence je model k- $\omega$  SST. Tento model je vhodný pro výpočty obtékání těles, model přepíná mezi modely k- $\varepsilon$  ve vnějším proudu a modelem k- $\omega$  v blízkosti stěny. Tím je zaručeno přesnější řešení turbulentního proudění u stěny, protože je disipace  $\varepsilon$  nahrazena specifickou disipací  $\omega$ . V porovnání se samotným modelem k- $\varepsilon$  nevyžaduje, tak jemnou síť v mezní vrstvě. Toto přepínání je součástí rovnice pro turbulentní kinetickou energii

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \alpha^* v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = min(G, c\beta^* k\omega) - \beta^* k\omega.$$
(2.14)

a také v rovnici pro specifickou disipaci

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + \bar{u}_{j}\frac{\partial\omega}{\partial x_{j}} - \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[(\upsilon + \alpha v_{t})\frac{\partial\omega}{\partial x_{j}}\right] = -\beta\omega^{2} + (F_{1} - 1)CD_{k\omega} + \gamma min\left(\frac{\partial\bar{u}_{\iota}}{\partial x_{j}}\left(\frac{\partial\bar{u}_{\iota}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial\bar{u}_{j}}{\partial x_{i}}\right), \frac{c_{1}}{a_{1}}\beta^{*}\omega\left(max(a_{1}\omega, b_{1}SF_{23})\right)\right), \quad (2.15)$$

# 3 Numerické řešení rovnic pro proudění tekutiny

## 3.1 Úvod do numerického řešení proudění

Metoda konečných objemů vychází z integrálního tvaru dané úlohy. Základem metody je rozdělení řešené oblasti na systém vzájemně disjunktních kontrolních objemů, prostorová diskretizace výpočetní oblasti. Časovou diskretizaci lze provést dvěma způsoby, a to za pomoci implicitního a explicitního schématu. Explicitní schéma je rychlejší a nevyžaduje tak velké nároky na paměť, jako je tomu u implicitního schématu. Explicitní schéma je měně stabilní a vyžaduje splnění CFL podmínky (Courant–Friedrichs–Lewy). Implicitní schéma naopak neklade žádné nároky na časovou diskretizaci a časový krok může být mnohem delší, než je tomu u explicitního schématu. Největším omezením implicitního schématu je nutnost v každém časovém kroku řešit soustavu lineárních rovnic z důvodu provázanosti výpočtu hodnoty proměnné v uzlu pro nový časový krok.

#### 3.2 Prostorová diskretizace Navier-Stokesových rovnic

Prostorová diskretizace matematických rovnic v balíku OpenFOAM využívá tzv. collocated uspořádání [Jasak 1996]. Toto uspořádání znamená, že se hodnoty všech proměnných počítají v těžišti kontrolních objemů. Metoda konečných objemů aproximuje hodnoty hledané funkce jako průměrnou hodnotu dané funkce v tomto objemu. Pro libovolný mnohostěnový kontrolní objem  $V_P$  s těžištěm v bodě P (viz. Obr. 2) a těžištěm sousedního kontrolního objevu v bodě N je poloha těžiště kontrolního objemu dána bodem  $x_P$  a platí zde vztah

$$\int_{V_P} (x - x_P) \, dV = 0 \tag{3.1}$$

Dva sousední elementy mají společnou stěnu f a normálovým vektorem  $S_f$  a  $d_f$  je vzdálenost mezi těžišti dvou sousedních elementů.



Obr. 2: Diskretizace na libovolném mnohostěnném kontrolním objemu. [Panton 2005]

Diskretizace metodou konečných objemů bude demonstrována na obecné transportní rovnici pro skalární veličinu  $\phi$ . Po integraci přes kontrolní objem  $V_P$  má následující tvar:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_P} \rho \phi \, dV + \int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u} \phi) \, dV - \int_{V_P} \nabla \cdot \left( \rho \Gamma_{\phi} \nabla \phi \right) \, dV = \int_{V_P} S_{\phi} \, dV, \quad (3.2)$$

kde  $\Gamma_{\phi}$  je difuzivita

Pro nestlačitelný model s konstantní hustotou  $\rho$  a Taylorovým rozvojem skalární proměnné  $\phi$  schématem druhého řádu může být objemový integrál vyjádřen následovně:

$$\int_{V_P} \rho \phi(\mathbf{x}) dV = \rho \int_{V_P} (\phi_P + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) (\nabla \phi)_P) \, dV =$$
$$= \rho \phi_P \int_{V_P} dV + \left( \rho \int_{V_P} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) dV \right) \cdot (\nabla \phi)_P \approx \rho \phi_P V_P, \qquad (3.3)$$

kde index P značí hodnotu veličiny v těžišti kontrolního objemu.

Plošný integrál libovolné vektorové veličiny a lze aproximovat

$$\int_{f} d\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{a} \approx \boldsymbol{S}_{f} \cdot \boldsymbol{a}_{f}, \qquad (3.4)$$

kde  $S_f$  je vektor ve směru normály stěny o velikosti dané plochou stěny a  $a_f$  je vektor veličiny interpolované v těžišti stěny. Integrál z divergence a gradientních členů jsou převedeny pomocí Gaussovy věty. Díky této větě je možné přepsat objemový integrál divergence vektorové veličiny na plošný integrál jako sumaci přes všechny hraniční plochy:

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \boldsymbol{a} \, dV = \oint_{S_{V_P}} d\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{a} = \sum_f \int_{\boldsymbol{S}_f} d\boldsymbol{S}_f \cdot \boldsymbol{a} \approx \sum_f \boldsymbol{S}_f \cdot \boldsymbol{a}_f.$$
(3.5)

Dosazením druhého členu transportní (rovnice (3.2) do rovnice (3.5) dostaneme výsledek

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u} \boldsymbol{\phi}) \, dV = \sum_f (\rho \boldsymbol{u} \boldsymbol{\phi})_f \cdot \boldsymbol{S}_f = \sum_f \phi_f (\rho \boldsymbol{u}_f) \cdot \boldsymbol{S}_f. \tag{3.6}$$

Obdobná operace se provede i pro gradient skalární veličiny ¢

$$\int_{V_P} \nabla(\rho\phi) \, dV = \oint_{S_{V_P}} dS \, \rho\phi = \sum_f \int_{S_f} dS_f \rho\phi \approx \sum_f S_f \rho\phi_f. \tag{3.7}$$

Z výše odvozených vztahů je patrné, že pro výpočet divergentních a gradientních členů s veličinou  $\phi$  potřebujeme znát její hodnotu v těžišti stěny. Dále je také potřeba určit veličiny

popisující tok  $\rho$  a **u**. Tyto hodnoty lze získat pomocí interpolace hodnot v těžištích dvou sousedních kontrolních objemů.

Dalším členem rovnice (3.2) je difuzní člen. Jeho diskretizace vede k výrazu

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \left(\rho \Gamma_{\phi} \nabla \phi\right) \, dV = \sum_f \mathbf{S}_f \cdot \left(\rho \Gamma_{\phi} \nabla \phi\right)_f = \sum_f \left(\rho \Gamma_{\phi}\right)_f \left(\nabla \phi\right)_f \cdot \mathbf{S}_f \tag{3.8}$$

Pro ortogonální sítě, kde je vektor spojující uzly sousedních kontrolních objemů d rovnoběžný s vektorem plochy  $\mathbf{S}_{f}$  definující společnou stěnu, lze vyjádřit gradient veličiny  $\phi_{f}$  pomocí

$$(\nabla \phi)_f \boldsymbol{S}_f = |\boldsymbol{S}_f| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\boldsymbol{d}|}.$$
(3.9)

V případě neortogonální sítě, kdy není splněna podmínka rovnoběžnosti  $S_f$  a d je nutné použít ortogonální korektor [Jasak 1996]

$$(\nabla \phi)_f \boldsymbol{S}_f = |\boldsymbol{S}_f| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\boldsymbol{d}|} + \boldsymbol{k}_f (\nabla \phi)_f, \qquad (3.10)$$

kde  $k_f$  je vektor neorotgonality mezi vektorem spojnice těžišť dvou sousedních elementů  $\Delta$  a vektoru normály stěny  $S_f$ .

### 3.3 Diskretizace v čase

Časová diskretizace nahradí kontinuální časový úsek souborem diskrétních časových kroků. Časově závislou proměnou lze vyjádřit jako kombinaci hodnot z aktuálního časového kroku a předešlého v závislosti na použitém diskretizačním schématu. Pro časově poměnou veličinu  $\phi$  lze zapsat aproximace časové derivace pomocí diskretizace prvního řádu jako časová diference

$$\frac{\partial \phi(t)}{\partial t} = \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t},\tag{3.11}$$

kde index n + 1 označuje hodnotu  $\phi$  v novém časovém kroku a n v předešlém časovém kroku. Jedná se o implicitní časové schéma.

Abychom nahradili spojité řešení v čase u obecné transportní rovnice, musíme jí integrovat přes časový krok  $\Delta t$ , tím získáme

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi_{P} V_{P}) + \sum_{f} \phi_{f} (\rho \boldsymbol{u}_{f}) \cdot \boldsymbol{S}_{f} - \sum_{f} (\rho \Gamma_{\phi})_{f} (\nabla \phi)_{f} \cdot \boldsymbol{S}_{f} \right] \mathrm{d}t$$

$$= \int_{t}^{t+\Delta t} (S_1 V_P + S_2 V_P \phi_P) \,\Delta t.$$
 (3.12)

První člen rovnice (3.12) lze pomocí Eulerova zpětného schématu (v OpenFOAMu je toto schéma pojmenováno Euler implicit) zapsat

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} dt = \phi^{t+\Delta t} \,\Delta t. \tag{3.13}$$

Toto schéma zaručuje omezenost (potlačení oscilací), ale je pouze prvního řádu. Pro vyšší přesnost je vhodné využít schéma druhého řádu. Crank-Nicholson je schématem druhého řadu, které je založeno na lichoběžníkovém pravidlu

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} dt = \frac{1}{2} \left( \phi^{t+\Delta t} + \phi^{t} \right) \Delta t.$$
(3.14)

### 3.5 ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) metoda

Pokud se proudění řeší na oblastech s časově neměnnou geometrií, rovnice popisující proudění jsou diskretizovány pomocí Eulerova přístupu [Ferziger and Peric 2002]. Eulerův přístup je ale nevhodný pro výpočty proudění na pohyblivých sítích z důvodu proměnlivé hranice oblasti. Pokud se zaměříme na výpočty na dynamických sítích, které se deformují společně s tekutinou, lze použít tzv. Arbirary Lagrangian Eulerian formulace, zkráceně ALE [Donea 1982; Donea 2009].

Při diskretizaci rovnic na pohyblivých sítích již kontrolní objem není konstantní. Změna kontrolního objemu  $V_{Pt}$  je dána rychlostí pohybu hranice, nazývá se Space Conservation Law a platí pro ni vztah [Ferziger a Peric 2002]

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_{Pt}} dV - \oint_{S_{V_{Pt}}} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u}_S \, dS = 0. \tag{3.15}$$

# 4 Přístupy pro výpočty proudění na dynamických sítích

#### 4.1 Problematika deformace sítě

Jednou z možností, jak řešit výpočty proudění na pohyblivých geometriích, je využít deformaci výpočetní sítě. Geometrický posun jakékoliv časti hranice nebo změna tvaru hranice vlivem deformace tělesa se rozpočítá do posunu uzlů všech elementů. Při deformaci sítě je zachován stále stejný počet elementů a sousednost elementů výpočetní sítě. Předností této metody je, že v průběhu celého výpočtu je potřeba pouze jediná síť, a není nutné generovat nové sítě a mapovat na ně data. Tento přístup je možné uplatnit pouze v případě, že je během celého výpočtu zachována stejná topologie geometrie (nedojde k přidání nebo odebrání hranic nebo elementů).

Dalším možným přístupem je změna topologie sítě, kdy vlivem pohybu hranic výpočetní oblasti dochází k přidávání nebo odebíraní elementů ze sítě (například píst ve válci motoru), případně ke změně sousednosti elementů (úlohy s rotujícími částmi). Někdy je možné metody deformace sítě a změnu topologie kombinovat. Toho se dá využít při velkých změnách geometrie, kdy metody založené na výpočtu deformace sítě již danou síť nejsou schopny deformovat tak, aby nedocházelo ke zhoršení kvality sítě.

### 4.2 Kvalitativní parametry sítě

Každá síť musí splňovat několik parametrů, aby numerické řešení bylo přesné a stabilní. Těmito parametry je šikmost, ortogonalita, poměr stran a kladný objem elementů.

Šikmost určuje odchylku mezi spojnicí těžišť dvou sousedních elementů a středem společné hrany. Šikmost je v prostředí OpenFOAM definovaná vztahem  $\psi = \frac{|m|}{|d|}$ , kde vektory m a d jsou vyznačeny na Obr. 3. Šikmost lze také vyjádřit pomocí poměru vnitřních úhlů elementu vůči referenčnímu úhlu pro daný element. Hodnota referenčních úhlů pro trojúhelník je 60° a pro čtyř úhelník 90°.



**Obr. 3:** Ukázka určení šikmosti na rozhraní dvou elementů. Body *P* a *N* označují těžiště elementů, *f* je těžiště společné stěny. [Jasak 1996]

Ortogonalita sítě se stejně jako šikmost určuje na rozhraní dvou sousedních elementů. Jedná se o úhel mezi spojnicí těžišť dvou sousedních elementů d a normálou ke společné stěně  $S_f$  (viz. Obr. 4).



Obr. 4: Určení ortogonality sítě. [Jasak 1996]

Poměr stran (aspect ratio) je u 2D sítě poměr mezi největší a nejmenší hranou elementu. Pro 3D síť je tento poměr dán výrazem

Aspect ratio = 
$$\frac{1}{3} \frac{|ax| + |ay| + |az|}{V^{\frac{1}{3}}}$$
, (4.1)

kde ax, ay, az je velikost jednotlivých hran a V je objem elementu.

# 5 Úloha oscilujícího válce

Testování metod deformace sítě bylo nejprve provedeno na jednoduché úloze kmitajícího válce s jedním stupněm volnosti. Pro potřeby výpočtu byly generovány tři 2D sítě o různé hustotě elementů a jedna 3D síť. Síť je generována jako blokově strukturovaná hexahedrální síť v generátoru blockMesh. Výsledky jsou shrnuty do tabulky 5.1, kde je zaznamenán čas výpočtu deformace bez výpočtu proudění.

Délka simulace odpovídá pro 2D sítě půl periodě kmitaní válce, tedy t = 0,02 s (20000 časových kroků). Amplituda kmitání byla zvolena jako ¼ výšky výpočetní oblasti. Pro výpočet na 3D síti byl čas numerické simulace zkrácen na t = 0,001s z důvodu velké výpočetní náročnosti na jednom výpočetním jádře.

V tabulce Tab. 5. 1 chybí záznam času pro výpočet na 3D síti pomocí metody Mesquite. Tato metoda pro 3D případ nepracuje správně, na rozhraní povrchu válce a bočních stěnách výpočetní oblasti dochází ke kolapsu elementů. Nejrychlejší metodou je řešení Laplaceovy rovnice. Výpočetně nejnáročnější metodou je metoda Pseudo-solid založená na metodě konečných prvků, časová náročnost oproti ostatním metodám je 6 až 9 krát vyšší.

Počet elementů	Výpočetní čas jednotlivých metod				
sítě	Laplace	SBRStress	RBF	Pseudo-solid	Mesquite
5 000 (2D)	34 s	38 s	39 s	64 s	42 s
47 000 (2D)	195 s	216 s	215 s	1217 s	235 s
200 000 (2D)	1020 s	1186 s	1345 s	8360 s	1500 s
2 000 000 (3D)	11 980 s	14 589 s	16235 s	95 000 s	N/A

Tab. 5. 1: Výpočetní čas deformace sítě.

Kvalitativní parametry sítě jsou zaznamenány do tabulky Tab. 5.2. Nejmenší ztráty kvality deformované sítě je docíleno metodou Pseudo-solid. Parametry deformované se nejvíce blíží parametrům nedeformované sítě. Nejrychlejší metoda, založená na řešení Laplaceovy rovnice, poskytuje pro úlohu kmitajícího válce s jedním stupněm volnosti dobré výsledky. Pokud ale tuto metodu využijeme pro výpočet složitějších pohybů s velkými výchylkami, je tato metoda nestabilní. Proto je dobré ji nahradit metodou SBRStress, která je také dostatečně rychlá a poskytuje u složitějšího pohybu lepší výsledky.

Tab. 5. 2: Kvalitativní parametry sítě pro 2D síť při maximální výchylce.

	Laplace	SBRStress	RBF	Pseudo- solid	Mesquite	Nedeformovaná síť
průměrná ortogonalita	12,338	13,034	15,191	12,496	10,699	8,761
maximální ortogonalita	53,370	57,186	64,841	46,271	66,164	41,258
poměr stran	4,618	7,231	8,018	3,865	85,901	3,145
šikmost	0,553	0,924	0,419	0,661	0,495	0,403

# 6 Numerická simulace obtékání kmitajícího leteckého profilu

### 6.1 Popis úlohy

Tato úloha navazuje na experiment, který se zabývá měřením účinků flutteru na letecký profil NACA 0015 (viz Obr. 5). Data získaná z experimentálních měření jsou použita pro porovnání s výsledky numerických simulací. V numerických simulacích je kmitání leteckého profilu předepsáno podle naměřených výchylek. Profil kmitá se dvěma stupni volnosti (rotace kolem elastické osy leteckého profilu a zdvih rámu, ve kterém je letecký profil uložen).



Obr. 5: Schéma uložení a měřící přípravek s leteckým profilem. [Šidlof a kol. 2016]

Simulace byly počítány na strukturované hexagonální síti generované v programu GridPro (viz Obr. 6). Tato síť vykazovala výrazně menší náchylnost na špatnou deformaci elementů na odtokové hraně než síť nestruktorovaná. Délka leteckého profilu byla 59,5 mm



Obr. 6: Výpočetní síť vygenerovaná pomocí nástroje snappyHexMesh.

#### 6.2 Numerické simulace pro nestlačitelné proudění

#### 6.2.1 Okrajové podmínky pro nestlačitelné proudění

První numerickou simulací leteckého profilu byl případ pro nestlačitelné proudění. Tato simulace se počítala na 2D i 3D síti. Na základě experimentu [Šidlof a kol. 2016] jsou specifikovány okrajové podmínky pro numerickou simulaci.

Pohyb leteckého profilu je předepsán jako okrajová podmínka pro posun uzlů sítě. Okrajová podmínka byla pro tento pohyb navržena a implementována do výpočetního balíku OpenFOAM. Pohyb je dán kombinací rotačního a translačního pohybu. Tento pohyb je harmonický a je popsán rovnicemi

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \Phi \sin(2\pi f * t + \alpha), \tag{6.1}$$

$$x(t) = x_0 + X\sin(2\pi f * t + \beta).$$
(6.2)

První rovnice popisuje rotační pohyb, kde  $\varphi$  je aktuální úhel natočení leteckého profilu,  $\Phi$  je amplituda rotačního pohybu, *X* je amplituda translačního pohybu, *f* je frekvence,  $\varphi_0$  a  $x_0$ hodnoty zdvihu a natočení okolo kterých bude letecký profil kmitat,  $\alpha$  a  $\beta$  jsou fáze pohybu. Hodnoty dosazené do rovnic (6.1) a (6.2) jsou získány z experimentu při samobuzeném kmitání profilu v aerodynamickém tunelu pro rychlost vstupního proudu vzduchu 70 m/s:  $\Phi = 29,5^{\circ}, X =$ 2,1 mm a f = 18,2 Hz a  $\varphi_0 = x_0 = \alpha = \beta = 0$ .

Geometrie výpočetní oblasti s popisem hranice je na Obr. 7 Poloha náběžné hrany leteckého profilu je 240 mm od hranice  $\Gamma_{inlet}$ . Šířka sekce aerodynamického tunelu je větší, než šířka leteckého profilu a to 80 mm, aby bylo možné křídlo uložit na ližiny, po kterých se pohybuje. V numerických simulacích je letecký profil přes celou šíři výpočetní oblasti.



Obr. 7: Výpočetní oblast a definice hranic.

Na Obr. 8 je vyobrazena poloha leteckého profilu v různých časech jedné periody kmitání.



**Obr. 8:** Pohyb leteckého profilu v průběhu jedné periody (55 ms) s maximální výchylkou v rotaci 29,5° a posuvem 2,1 mm.

Tlak na vstupu se zadává v podobě kinematického tlaku jako poměr dynamického tlaku p = 98825 Pa a hustoty  $\varrho = 1,18 \frac{kg}{m^3}$ . Proudové pole je v tomto případě řízeno rychlostí předepsanou na vstupu. Rychlost vstupního proudu je 70 m/s. Pro rychlost je na povrchu leteckého profilu předepsána okrajová podmínka, která počítá rychlost z pohybu leteckého profilu. Na pevných stěnách se předepisuje nulová rychlost na pohyblivé hranici je rychlost proudění rovna rychlost křídla  $u_{wing}$ .

Po zavedení okrajových podmínek pro rychlost a tlak je nutné zavést také okrajové podmínky pro veličiny přidané turbulentním modelem. Tyto hodnoty nejsou součástí experimentu, ale dopočítávají se ze známých veličin. Prvním je turbulentní kinetická energie na vstupu

$$k = \frac{3}{2} (UI)^2, \tag{6.3}$$

kde *I* je intenzita turbulence a *U* je velikost rychlosti vstupního proudu. Intenzita turbulence je měřitelná veličina a v případě aerodynamického tunelu, ve kterém bylo prováděno měření, je její hodnota od 2-5 %. Pro simulace byla zvolena hodnota 2,5 %. Další veličinou je specifická disipace na vstupu

$$\omega = C_{\mu} \frac{\rho * k^2}{\nu} \left(\frac{\nu_t}{\nu}\right),^{-1} \tag{6.4}$$

kde  $\frac{v_t}{v} = 100$  je poměr turbulentní a kinematické viskozity a  $C_{\mu} = 0,09$ . Na stěnách jsou, pak předepsány stěnové funkce pro tyto veličiny. Tloušťka elementu u stěny je větší než  $y^+ = 1$ .

#### 6.2.2 Výsledky simulací nestlačitelného proudění pro rychlost M = 0,2

Numerická simulace se řeší paralelně jako nestacionární pomocí řešiče pro nestlačitelné proudění na dynamických sítích pimpleDyMFoam. Výpočet je prováděn na výpočetním clusteru na 32 výpočetních jádrech. Délka simulace je stanovena na 5 period kmitů leteckého profilu (t = 276 ms), časový krok simulace je dán CFL podmínkou pro Courantovo číslo Co = 1. Porovnávají se výsledky numerické simulace ve 3D s daty z tlakových senzorů rozmístěných na leteckém profilu. Pohyb profilu je v simulaci předepsán na základě změřených průběhů zdvihu a náklonu modelu při samobuzeném kmitání v aerodynamickém tunelu. Na obrázku Obr. 9 je ukázána poloha jednotlivých snímačů tlaku.



Obr. 9: Rozložení tlakových senzorů na povrchu leteckého profilu. [Šidlof a kol. 2016]

Výsledky numerické simulace je nutné před porovnáním zpracovat, jelikož uzly výpočetní sítě přímo nekorespondují se souřadnicí středu tlakového senzoru. Hodnota interpolována ze čtyřech nejbližších uzlů sousedících s pozicí tlakového senzoru. Data jsou navíc průměrována z posledních dvou period výpočtu. Velikost elementu na povrchu křídla je relativně malá, na horním povrchu jich je celkem 100 na celou délku (délka elementu < 1 mm). Rozdíl tlaku na dvou sousedních elementech je do 1%.

Na následujících grafech (Obr. 10 a Obr. 11) jsou pak zaznamenány průběhy tlaku na čidlech p1 a p3. U 3D simulace je dobře zachycen okamžik odtržení proudu (zákmit v měřených i vypočtených datech). U simulace nastává o něco dřívější, než je tomu u experimentu, ale tento jev je velmi složitý a je ovlivněn mnoha faktory, které nejsou v modelu zahrnuty (drsnot stěny). V případě senzorů p2 a p4 jsou výsledky srovnatelné. Jen jsou fázově posunuty o 27,5 ms. Byla také počítaná i 2D simulace, ale její výsledky neposkytovaly, tak dobrou schodu, jelikož 2D model není schopen zachytit chování turbulence, které je prostorové.



**Obr. 10:** Porovnání rozložení tlaku získané pomocí 3D numerické simulace a z tlakového senzoru p1.



**Obr. 11:** Porovnání rozložení tlaku získané pomocí 3D numerické simulace a z tlakového senzoru p3.

Na Obr. 12 je znázorněno rozložení tlaku pro polovinu periody. Na levé straně jsou výsledky 2D simulace a napravo pak 3D simulace. V případě 3D simulace je patrné že tlakové pole je více homogenní. To je způsobeno lepším zachycením chování turbulence u 3D modelu jak již bylo zmíněno výše.



Obr. 12: Rozložení tlakového pole okolo leteckého profilu.

#### 6.3 Numerické simulace pro stlačitelné proudění

#### 6.3.1 Okrajové podmínky pro stlačitelné proudění

V dalším kroku bylo studováno kmitání leteckého profilu pro případ stlačitelného proudění. Vstupní data pro simulaci opět pocházela z experimentu. Během experimentu byly pořízeny interferogramy, ze kterých lze vyhodnotit rozložení hustoty, a za předpokladu izentropického proudění i rychlost a tlak na povrchu leteckého profilu. Rychlost vstupního proudu pro tento případ byla M = 0,43 a atmosférický tlak před vstupem do aerodynamického tunelu byl 98825 Pa.

Na základě experimentu byl identifikován pohyb leteckého profilu (zdvih a náklon při samobuzeném kmitání). Frekvence harmonického pohybu f = 20,4 Hz, amplituda rotačního pohybu  $\Phi = 25,8$  ° a amplituda translačního pohybu X = 7,4 mm.

Proudové pole je řízeno opět rychlostí předepsanou na vstupu. Pro rychlost na výstupu  $\Gamma_{outlet}$  je předepsána Neumannova okrajová podmínka. Oproti předchozímu případu je potřeba definovat okrajové podmínky pro teplotu. Na stěnách je předepsána teplota odpovídající teplotě během experimentu. Zbytek okrajových podmínek pro tlak a rychlost zůstává stejný, jako u simulace nestlačitelného proudění.

Dále je potřeba předepsat okrajové podmínky pro turbulentní kinetickou energii a specifickou disipaci pro stlačitelné proudění. Turbulentní kinetická energie je definovaná vztahem (6.3). Specifická disipace na vstupu je:

$$\omega = C_{\mu} \frac{\rho \ast k^2}{\mu} \left(\frac{\mu_t}{\mu}\right),^{-1} \tag{6.5}$$

kde  $\frac{\mu_t}{\mu} = 100$  je poměr turbulentní a dynamické viskozity a  $C_{\mu} = 0,09$ .

Pro elementy na stěnách platí že  $y^+ > 1$ . Výpočet  $y^+$  pro stlačitelné proudění v OpenFOAMu je dána vztahem:

$$y^{+} = \sqrt[4]{C_{\mu}} \sqrt{\frac{k\varrho}{\mu}}.$$
(6.6)

Z tohoto důvodu se opět předpisují stěnové funkce, pro stačitelné proudění je navíc oproti nestlačitelnému modelu přidána stěnová funkce pro turbulentní přenos tepla  $\alpha_t$ 

### 6.3.2 Výsledky simulací stlačitelného proudění pro rychlost M = 0,43

Numerická simulace stlačitelného proudění je řešena jako nestacionární úloha pomocí řešiče rhoPimpleDyMFoam s modelem turbulence pro stlačitelné proudění k- $\omega$ -SST. Délka výpočtu je stejně jako v předchozím případě stanovena na pět period kmitu (t = 45 ms). Simulace se počítala na 2D i 3D sítích.



**Obr. 13:** Interferogram s vyznačenými místy doteku interferometrických proužků na profilu leteckého profilu – snímek 2631.

Výsledky numerických simulací byly porovnány s daty získaných z interferogramů, které byly pořízeny během experimentu. Na Obr. 13 je zobrazeno rozložení interferenčních proužků pro snímek číslo 2631. Na základě těchto interferenčních proužků je určeno rozložení rychlosti tlaku a hustoty na povrchu leteckého profilu.

Na obrázku Obr. 14 je porovnáno rozložení rychlosti na spodním povrchu leteckého profilu. Jak je vidět, 2D i 3D simulace výborně zachytily průběh rychlosti v blízkosti stagnačního bodu na náběžné hraně. V oblasti úplavu se výsledky numerických simulací od experimentálních dat vzdalují. U 3D simulace bylo dosaženo celkově lepší shody pro rozložení rychlosti na celém spodním povrchu oproti 2D simulaci.



**Obr. 14:** Rozložení rychlosti na spodní straně leteckého profilu pro stlačitelné proudění – snímek 2631.



**Obr. 15:** Rozložení hustoty vzduchu na spodní straně leteckého profilu pro stlačitelné proudění – snímek 2631.

Na dalším obrázku Obr. 15 je zobrazeno rozložení hustoty na spodním povrchu leteckého profilu. I zde bylo dosaženo výborné shody v oblasti stagnačního bodu. Výsledky numerické simulace na 3D síti kopírují rychlý pokles hustoty na náběžné hraně leteckého profilu. Stejný výsledky byl získány i pro rozložení tlaku (viz. Obr. 16). Opět bylo dosaženo lepších výsledků pro 3D simulaci.

Na horním povrchu bylo dosaženo výborné shody jako je tomu u dolního povrchu, dokonce i v případě 2D simulací. Při takto malém náklonu nedochází ani na jedné straně k odtržení proudění což se pozitivně projeví na přesnosti numerické simulace.



**Obr. 16:** Rozložení tlaku na spodní straně leteckého profilu pro stlačitelné proudění – snímek 2631.

Pro lepší představu rozložení tlaku, hustoty a rychlosti v blízkosti leteckého profilu jsou ještě přiloženy obrázky Obr. 17 – Obr. 19 z 3D numerické simulace. Pro dané natočení leteckého profilu je vidět, že úhel náběhu proudění je malý a ani na jedné straně leteckého profilu nevznikají vírové útvary vzniklé při odtržení proudění.



Obr. 17: Rozložení tlaku okolo leteckého profilu – snímek 2631.



**Obr. 18:** Rozložení hustoty okolo leteckého profilu – snímek 2631.



Obr. 19: Rozložení rychlost okolo leteckého profilu – snímek 2631.

# 7 Vypočet proudění v hlasivkovém kanálu

#### 7.1 Popis úlohy

Motivace, která vede k řešení této problematiky, je snaha o vývoj hlasivkových protéz u lidí, kteří vlivem nemoci úrazu či jiných problémů mají své vlastní hlasivky poškozeny nebo o ně přišli zcela. Účelem numerických simulací je studium biomechaniky generování lidského hlasu, a to zejména rozložení tlakových a rychlostních polí v hlasivkovém traktu.

Numerické simulace navazují na práci mého školitele, která je publikovaná v pracích [Šidlof a kol. 2013; Šidlof a kol. 2015; Zörner a kol. 2016]. Simulace byly rozšířeny o turbulentní modely a stlačitelný model tekutiny.

V následujících odstavcích je popsána numerická simulace proudění kolem kmitajících hlasivek pomocí metody konečných objemů, kdy kmitání hlasivek je předepsáno pomocí okrajové podmínky. Simulace deformace se počítají ve výpočetním balíku OpenFOAM. Výpočetní oblast je zjednodušený model hlasivkového traktu člověka, který je ukázán na obrázku Obr. 20.



Obr. 20: 2D výpočetní oblast reprezentující zjednodušenou geometrii hlasivkového traktu.

Každý vrchol hlasivky se pohybuje harmonickým pohybem ve vertikálním směru, fázový posun mezi pohyby je 90° a je popsán rovnicemi:

$$x_1(t) = x_{10} + X_1 \sin(2\pi f * t)$$
(7.1)

$$x_2(t) = x_{20} + X_2 \sin\left(2\pi f * t + \frac{\pi}{2}\right).$$
(7.2)

Pohyb hlasivek je znázorněn na obrázku Obr. 21, kde je zaznamenán pohyb během jedné periody kmitání. Délka jedné periody je 10 ms, frekvence kmitání je 100 Hz.



Obr. 21: Pohyb hlasivek během jedné periody kmitání.

# 7.2 Výpočet proudění vzduchu přes oscilující hlasivky

#### 7.2.1 Okrajové podmínky pro nestlačitelné proudění

Při všech výpočtech proudění byl použit řešič deformace sítí SBRstress. Pohyb hlasivek byl předepsán s amplitudou zdvihu vrcholů hlasivky  $X_1 = 0,38$  mm a  $X_2 = 0,38$  mm (viz rovnice (7.1) a (7.2)). Minimální vzdálenost mezi hlasivkami je 0,3 mm. Síť použitá pro výpočty proudění je na Obr. 22.



Obr. 22: Detail nedeformované sítě.

Nejprve jsou předepsány okrajové podmínky pro pohyb vrcholů hlasivek, kdy na plochy hlasivek byl předepsán pohyb pomocí rovnic (7.1) a (7.2). Proudové pole je řízeno tlakovým spádem  $\Delta p = 300$  Pa mezi vstupem a výstupem.

Na vstupu je předepsán totální tlak, který je definován vztahem

$$p_{static} = p_{total} - \frac{1}{2} \frac{\phi}{S} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u}, \qquad (7.3)$$

kde  $\phi$  je objemový tok vzduchu [ $kg/m^3$ ], u [m/s] je střední rychlost proudícího vzduchu a S je plocha vstupní oblasti. Na výstupu je definován tlak  $p = 100000 \frac{m^2}{s^2}$ . Na ostatních hranicích je předepsána nulový tok přes hranici.

Rychlost na vstupu se dopočítává z hmotnostního toku:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{n} \; \frac{\boldsymbol{\phi}}{S}.\tag{7.4}$$

Dalším krokem jsou okrajové podmínky pro turbulentní veličiny jednotlivých turbulentních modelů. Stanovení hodnot turbulentní kinetické energie k na vstupu je popsáno rovnicí (6.3), specifická disipace  $\omega$  vztahem (6.4). Intenzita turbulence byla zvolena I = 2,5 %.

Disipace  $\varepsilon$  je vypočtena pomocí vztahu:

$$\varepsilon = C_{\mu} \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L},\tag{7.5}$$

kde konstanta  $C_{\mu} = 0,09$  a *L* je délkové meřítko turbulence. Pro tento případ bylo zvoleno *L* = 0,05 *d*, kde d je velikost štěrbiny při maximálním zavření hlasivky. Na stěnách jsou opět předepsány stěnové funkce jako v případě leteckého profilu

#### 7.2.2 Okrajové podmínky pro stlačitelné proudění

Pro stlačitelný model je oproti nestlačitelnému modelu přidána okrajová podmínka pro teplotu. Teplota je definována na vstupu a její hodnota je T = 30 °C, na zbytku hranic je nulový tok přes hranici ve směru normály. Tlak pro stlačitelné proudění se zadává jako dynamický (v Pascalech), konkrétně  $p = 116500 \ Pa$  při teplotě 30°C. Změna nastane i u výpočtu rychlosti, který je definován následujícím vztahem:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{n} \frac{\boldsymbol{\phi}}{\rho S} , \qquad (7.6)$$

kde  $\Phi$  je tok v kg/s, n je normálový vektor a S je plocha v  $m^2$ .

#### 7.2.3 Výsledky simulací průtoku přes hlasivkovou štěrbinu

Bylo realizováno 12 2D a 3D numerických simulací s různým nastavením modelu turbulence a stlačitelnosti. Konfigurace jednotlivých případů, označených h2\_1 až h3\_6, jsou uvedeny v tabulce Tab. 7. 1.

2D simulace			3D simulace			
případ	model	model	případ	model	model	
	proudění	turbulence	pripad	proudění	turbulence	
h2_1	stlačitelné	laminární	h3_1	stlačitelné	laminární	
h2_2	stlačitelné	k-epsilon	h3_2	stlačitelné	k-epsilon	
h2_3	stlačitelné	k-omega SST	h3_3	stlačitelné	SST k-omega	
h2_4	nestlačitelné	laminární	h3_4	nestlačitelné	laminární	
h2_5	nestlačitelné	k-epsilon	h3_5	nestlačitelné	k-epsilon	
h2_6	nestlačitelné	k-omega SST	h3_6	nestlačitelné	SST k-omega	

Tab. 7. 1: Popis konfigurace nastavení modelu turbulence a proudění pro jednotlivé simulace.

Jako první se vyhodnotil průtok v hlasivkovém kanálu. Je vyhodnocen vliv použitého modelu turbulence a stlačitelného a nestlačitelného modelu tekutiny znázorněný na obrázcích Obr. 23. Na průtok hlasivkovým kanálem mám velký vliv model turbulence. K největšímu průtoku dochází u turbulentních modelů k-ε. Tento jev by se dal vysvětlit tím, že u tohoto modelu dochází k nejmenšímu vzniku vírových struktur v oblasti za hlasivkami. Nedochází ke zpětnému

toku masy vzduchu a proud skrze štěrbinu není, tak zpomalován. Nejmenší průtok skrz hlasivkovou štěrbinu docházelo při požití modelu turbulence k-ω SST. V porovnání s laminárním modelem je zde vyšší vazkosti vlivem turbulentní vazkosti, která zpomaluje proudění ve štěrbině.



Obr. 23: Průběh hmotnostního toku přes hlasivkovou štěrbinu pro 3D simulaci.



Obr. 24: Průběh rychlosti v hlasivkové mezeře - 3D simulace.

Nejvýznamnější vliv na celkový průtok hlasivkovým kanálem má štěrbina mezi hlasivkami. V tomto místě dochází k velkému zaškrcení a tím i k velkému nárustu gradientu rychlosti. Pro lepší názornost chování proudění v hlasivkové štěrbině byly do grafů vyneseny průběhy rychlosti Obr. 24 a tlaku Obr. 25. Výsledky průběhu rychlosti ukazují, že nejmenší rychlosti proudění je dosaženo u modelu turbulence k-ω SST.



**Obr. 25:** Průběh tlaku v hlasivkové mezeře – 3D simulace.

Na následujícím obrázku Obr. 26 je vyobrazeno proudové pole při maximálním průtoku hlasivkovým kanálem. Tento bod byl vybrán záměrně, jelikož je z de dosaženo největších rozdílů mezi modely turbulence a modelu tekutiny. Nejznatelnější rozdíl v chování proudového pole je vidět za hlasivkovou štěrbinou. Vlivem jetu, který se střídavě přimyká k horní a dolní hlasivce vznikají vírové struktury. U případu bez modelu turbulence nejsou tyto vírové struktury utlumeny turbulentní vazkostí. K největšímu útlumu vírů dochází při použití modelu turbulence k-ɛ. Tento efekt by chtělo ještě dále ověřit požitím jemnější sítě, jelikož na šířku hlasivkového kanálu je 10 elementů. To sebou, ale přináší problém s deformací sítě při maximálním přiblížení hlasivek.



Obr. 26: Průběh rychlosti v hlasivkovém kanálu pro 3D simulaci stlačitelného proudění.

## 8 Simulace výměna náplně válce spalovacího motoru

# 8.1 Úvod do problematiky modelování výměny náplně válce

Poslední úlohou, zaměřenou na výpočty proudění na pohyblivých sítích, je simulace výměny náplně válce u čtyřdobého zážehového motoru. Tato problematika je řešena ve spolupráci se ŠKODA AUTO a. s. V rámci spolupráce byla tato metodika nově zaváděna. Dříve se úprava spalovacího prostoru dělala na základě empirických znalostí a následně se ověřoval na brzdových stanovištích na zkušebních motorech.

Pro kvantifikovaní proudění uvnitř spalovacího motoru složí několik parametrů. Prvním parametrem je Tumble number, který určuje, jak se otáčí náplň uvnitř válce ve směru kolmém na osu válce Obr. 27. Rychlost otáčení náplně válce je počítána pomocí momentu hybnosti k ose y. Oblast, ze které se stanovuje moment hybnosti, se během výpočtu posouvá v závislosti na zdvihu pístu. Vztah pro výpočet úhlové rychlosti otáčení náplně válce kolem osy y je:

$$\omega_{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_{i} [(z_{i} - z_{0})u_{i} - (x_{i} - x_{0})w_{i}]}{\sum_{i=1}^{n} m_{i} [(z_{i} - z_{0})^{2} + (x_{i} - x_{0})^{2}]},$$
(8.1)

kde  $x_0$  a  $z_0$  jsou souřadné body osy otáčení,  $m_i$  je hmotnost tekutiny v elementu, n je počet elementů v oblasti, ze které je počítán moment hybnosti. Dále  $x_i$  a  $z_i$  jsou souřadnice středů elementů a  $u_i$  a  $w_i$  jsou složky rychlosti ve směru osy x a z. Tumble number se pak určí jako poměr otáček náplně válce a otáček motoru:

$$TN_y = \frac{\omega_y}{2\pi N}.$$
(8.2)



Obr. 27: Proudění typu swirl vlevo a proudění typu tumble vpravo. [Scholz 2018]

Hodnota Tumble number je velmi ovlivněna tvarem sacího kanálu a polohou ventilu. Tumbleového proudění se využívá u zážehového motoru se spalovacím prostorem v hlavě válců, což jsou všechny počítané příklady. Tumble pomáhá k lepšímu rozložení směsi a hoření, proto je jeho vysoká hodnota žádoucí i v době před zapálením směsi.

Turbulentní kinetická energie je parametr, který určuje, jak velká je turbulentní složka rychlosti v náplni válce. Turbulentní fluktuace pomáhají lepšímu rozložení paliva ve válci před zážehem a zvyšují rychlost prohořívání směsi paliva vzduchu. Výsledná hodnota uváděná v grafech je pak integrální hodnotou z celého objemu válce pro daný úhel natočení klikového hřídele.

Pro určení kvality sacích kanálů slouží i objemová účinnost. Tato veličina určuje, jak efektivní je fáze sání. Vzorec pro výpočet je následující

$$\eta_{Volume} = \frac{m_{Air}}{V\rho}, \qquad (8.3)$$

Kde V je zdvihový objem válce motoru,  $m_{Air}$  je hmotnost nasátého vzduchu a  $\rho$  hustota vzduchu za atmosférických podmínek při měření. Hodnota hustoty použitá pro vyhodnocení objemové účinnosti v této práci je  $\rho = 1.183 \ kg/m^3$ 

#### 8.2 Geometrie výpočetní oblasti, diskretizační síť a její deformace

Tato kapitola je zaměřena na geometrii výpočetní oblasti a její topologické a geometrické změny během cyklu sání a komprese. S tím přímo souvisí problematika generování sítě a její deformace. Geometrie popisuje vnitřní objem motoru Obr. 28.



Obr. 28: Výpočetní oblast pro numerické simulace výměny náplně válce.

Celý cyklus čtyřdobého spalovacího motoru probíhá od 0° až 720° natočení klikové hřídele. Ve výpočtech motorů se místo času pracuje právě s úhly natočení klikové hřídele z důvodu lepšího přehledu, v jaké fázi se motor aktuálně nachází. Ve výsledcích prezentovaných v této práci je zahrnuta pouze fáze saní a komprese, což odpovídá rozsahu 340° - 720° natočení klikového hřídele. Tyto výpočty vyžadují dvě topologie sítě, kdy topologie během sání má otevřeny sací ventily a výfukové ventily zavřeny. V případě komprese jsou všechny ventily uzavřeny.



Obr. 29: Znázornění pohybu ventilů a pístu v závislosti na natočení klikové hřídele.

Výpočetní geometrie má několik pohyblivých částí, jsou jimi oba sací ventily a objem prezentující korunu pístu. Pohyb pístu je harmonický s amplitudou zdvihu 76,4 mm. Pohyb sacích ventilů je vyvolán vačkovým mechanizmem. Šířka zdvihu je dána konkrétním typem vačky a pracovním bodem, ve kterém je motor provozován. Pro názornou ukázku pohybu ventilu a pístu bude vyobrazen řez geometrii vedený přes osu sacího ventilu (Obr. 29). U jednotlivých fází je uveden údaj o úhlu natočení klikové hřídele.

Pro každou simulaci je generováno několik sítí. Počet sítí je závislí na zdvihu pístu a ventilů. Důvody pro větší počet sítí jsou dva. První je že během výpočtu se mění topologie geometrie, druhým jsou velké posuny pistu a ventilů. Pro výpočet deformace se využívá metoda založená na řešení Laplaceovy rovnice a bi-harmonického operátoru s konstantním difusním koeficientem.

Velikost elementů sítě udává základní kartézskou síť, kterou definuje uživatel. Dále je možné definovat bloky, kde dojde ke zjemnění základní kartézské sítě. Pro všechny později zmíněné simulace jsou požity sítě se stejnými parametry. Velikost základního elementu je 2 mm, v oblasti spalovacího prostoru a sacího kanálu 1 mm (Obr. 30).



Obr. 30: Základní rozložení a velikost elementů v síti.

#### 8.3 Vliv tvaru sacího kanálu na proudové pole uvnitř válce

V této kapitole se zaměřím na simulace výměny náplně v jednom válci. Simulace se počítá pro pracovní bod motoru. Pro tento pracovní bod byly dodány okrajové podmínky vygenerované v programu GT-Power. Takto definovaný tlak v sobě již obsahuje tlakové pulzace vybuzené celým systémem sacího potrubí, Není tedy nutně do simulací zahrnovat celý systém saní, který by výpočet výrazně prodloužil.

Cílem simulace je porovnat vliv tvaru sacích kanálů na proudění ve válci. Porovnávány jsou dvě varianty sacích kanálů. První je kanál s označením Basis, jedná se o plnící tvar kanálu. Druhou variantou je Tumble kanál, který je navržen tak, aby vytvářel tumbleové proudění ve válci. Geometrie obou kanálů a jejich vzájemné porovnání je na Obr. 31.



Obr. 31: Porovnání tvaru dvou sacích kanálů.

Z průběhů Tumble number v grafu Obr. 32 je vidět, že kanál Tumble kanál výrazně podporuje vznik proudění typu Tumble. Hodnota Tumble number v průběhu sání je vyšší, než tomu je v případě kanálu Basis. Oba průběhy dosahují první maxima přibližně při úhlu natočení klikového hřídele 470°. Hodnota maxima pro kanál Tumble kanál dosahuje 2,5 násobku hodnoty pro kanál Basis. V případě kanálu Tumble je dosaženo i druhého maxima, a to v 653° úhlu natočení klikového hřídele, tedy během komprese. Proudění typu Tumble se tedy zachová i během komprese a zaniká, až když se píst blíží horní úvrati. U kanálu Basis je toto proudění postupně utlumováno v průběhu celé komprese. Rozkmit na začátku je způsoben zpětným tokem díky tlakové pulzaci na vstupu a současným otevřením sacího a výfukového ventilu.



Obr. 32: Průběh Tumble number v průběhu sání a komprese.

Na obrázku Obr. 33 je vidět, jak je proud vzduchu u Tumble kanálu tlačen mezerou mezi ventilem a hlavou válce směrem k výfukové straně. Jen malá část vzduchu pak prochází dolů směrem k pístu. U kanálu Basis je proud směřující směrem k pístu větší a oslabuje tak horní proud, který vytváří tumbleové proudění.



**Obr. 33**: Rychlostní pole při maximální turbulentní kinetické energii a hodnoty Tumble number.

Na obrázku Obr. 34 je pak znázorněno vektorové rychlostní pole z kompresní fáze, kdy je dosaženo druhého maxima Tumble number. To odpovídá úhlu natočení klikového hřídele 655°. V případě Tumblového kánálu je znatelný velký vír typu Tumble. U kanálu Basis, kde bylo tumblové proudění výražně menší od počátku sací fáze. Tumblové proudění je již v této fázi zaniklé vlivem disipace.



**Obr. 34**: Vektorové rychlostní pole při maximální hodnotě Tumble number pro úhel natočení klikové hřídele 700°.

Průběh turbulentní kinetické energie (viz. Obr. 35) během fáze sání a komprese má podobné rozložení maxim jako Tumble number. To může být způsobeno rozpadem hlavního víru na menší víry, které zvýší velikost fluktuačních složek rychlost a tím dojde i ke zvýšení kinetické

turbulentní energie. Pokud má hlavní vír větší energii, tak i víry vzniklé jeho rozpadem budou mít větší energii. To vysvětluje výrazně větší hodnoty turbulentní kinetické energie u Tumble kanálu.



Obr. 35: Průběh turbulentní kinetické energie v průběhu sání a komprese.

Druhé maximum turbulentní kinetické energie u tohoto kanálu je způsobeno rozpadem hlavního víru v posledních fázích komprese. Rozpad tohoto víru je znázorněn na dalším obrázku (Obr. 36), který zobrazuje rychlostní pole pro úhel natočení klikového hřídele 700°.



**Obr. 36:** Vektorové rychlostní pole při maximální hodnotě turbulentní kinetiky energie pro úhel natočení klikové hřídele 700°.

Na následujícím obrázku (Obr. 37) je znázorněna distribuce turbulentní kinetické energie ve spalovacím prostoru pro úhel (700°). Tento úhel odpovídá výskytu druhého maxima turbulentní kinetické energie v grafu (Obr. 35). Její vyšší hodnota podporuje rychlejší prohořívání směsi ve spalovacím prostoru. To bylo potvrzeno i při měření motoru na brzdovém stanovišti.



**Obr. 37**: Distribuce turbulentní kinetické ve spalovacím prostoru pro úhel natočení klikové hřídele 700°.

### 9 Závěr

Disertační práce shrnuje teoretické a praktické poznatky o metodách zaměřených na numerické simulace proudění na pohyblivých sítích. Poznatky jsou aplikovány na tři konkrétní úlohy. V případě simulace kmitajícího leteckého profilu je provedeno porovnání s experimentem.

V prvním kroku byla ve výpočetním balíku OpenFOAM otestována celá řada metod pro výpočet deformace sítě od řešení Laplaceovy rovnice až po výpočet pomocí metody konečných prvků. Pro tyto účely byla vybrána jednoduchá úloha kmitajícího válce s předepsaným pohybem s jedním stupněm volnosti (posuv bez natáčení). Testování proběhlo na sítí o celkovém počtu elementů 5000 až po 2 miliony. Na těchto sítích byla vyhodnocena kvalita elementů při maximální amplitudě kmitu. Nejlépe dopadla metoda Pseudo-Solid, která je v porovnání s ostatními metodami výpočetně náročnější a se zvyšujícím se počtem elementů tato náročnost ještě roste.

Druhého nejlepšího výsledku bylo dosaženo při řešení Laplaceovy rovnice. Metody SBRStress (Solid body rotation stress equation) a RBF (Radial Basis Function) jsou výpočetně náročnější než řešení Laplaceovy rovnice (maximálně o 50 %). Horší kvalita elementů pro posuvný pohyb u těchto metod je způsobena tím, že tyto metody jsou spíše optimalizovány pro rotační pohyb. Metoda Mesquite (**Mesh Quality** Improvement) výrazně deformuje elementy na povrchu válce.

Při výpočtu proudění v hlasivkovém kanálu se také provedlo testování metod pro výpočet deformace sítě pro různé šířky mezihlasivkové štěrbiny s cílem najít metodu, která umožní co největší přiblížení hlasivek. Při tomto testování bylo dosaženo nejlepšího výsledku s metodou Pseudo-Solid, kdy bylo dosaženo tloušťky mezery pouhých 0,02 mm. Při této tloušťce je průtok štěrbinou vlivem vazkosti blízký nule. Pro svojí výpočetní náročnost je tato úloha reálně využitelná pouze pro 2D simulace.

Na základě výsledků získaných z předchozích dvou úloh proběhlo testování výpočtu deformace sítě pro případ kmitání leteckého profilu pouze pomocí tří metod (řešení Laplaceovy rovnice, metoda RBF a SBRStress). Letecký profil kmital se dvěma stupni volnosti s výraznou rotační složkou pohybu. Amplituda náklonu byla 26 ° a zdvihu 7 mm. V této úloze byla problematická oblast na odtokové hraně, kde docházelo ke kolapsu elementů u metody řešení Laplaceovy rovnice. RBF metoda při paralelním výpočtu vykazovala nestabilitu vlivem singulární matice pro rovnice pohybu sítě. Z tohoto důvodu pro všechny výpočty proudění byla vybrána metoda SBRStress.

V další kapitole je popsána numerická simulace proudění okolo leteckého profilu pro rychlost nabíhajícího proudu u = 70 m/s. Simulace byla doplněna o model turbulence k- $\omega$ -SST. Na základě výsledků lze říct, že v případě 2D simulace bylo dosaženo poměrně dobré shody s experimentem v oblastech, kde nedocházelo k odtrhávání proudění. Bohužel se zde projevuje problematika výpočtu turbulence na 2D síti a výsledky jsou více rozkolísané než v případě 3D simulace (turbulence je prostorovým jevem). Pro zachycení základního trendu 2D simulace postačuje. Lze tak získat dobré výsledky za cenu výrazně menších nákladů, než je tomu pro 3D výpočet. Problém nastává v oblasti odtržení proudu, kde ani 3D výpočet nezachytí přesné místo odtržení. Odtržení je fyzikálně velmi složitý děj, který je pomocí přibližných modelů turbulence velmi obtížné zachytit.

Poté proběhl výpočet na stejném modelu křídla pro rychlost nabíhajícího proudu u = 153 m/s. V tomto případě byl použit model stlačitelného proudění. Data jsou opět porovnávána s experimentem. Při těchto vyšších rychlostech jsou k dispozici interferogramy znázorňující rozložení veličin (tlak, rychlost a hustota) na povrchu leteckého profilu. Z výsledků je vidět, že 2D i 3D simulace velice dobře zachycuje rozložení těchto veličin pro malý úhel náklonu. V případě 3D simulace výsledky simulace kopírují experimentální data, k odchylce dochází až v oblasti ve vzdálenosti 1/3 normované vzdálenosti mezi náběžnou a odtokovou hranou. Při větším náklonu v numerické simulaci dochází k odtržení proudění blíže za náběžnou hranou než u experimentů. Z výsledků je patrné, že nedochází k optimální shodě. Největší rozdíl nastává v momentě odtržení proudění. Lepší shody je opět dosaženo pomocí 3D simulace. Výsledky 2D simulací více oscilují.

U úlohy hlasivek se bohužel nepodařilo docítil stanoveného cíle. K výraznému zmenšení mezery mezi hlasivkami, která by vedla na přerušení se podařilo přiblížit pouze při použití metody Pseudo-Solid, která je pro svou výpočetní náročnost u 3D modelů nepoužitelná. Výpočet proudového pole trvá stejně jako výpočet deformace sítě. U simulace délky 5 period kmitání se dostáváme na výpočetní čas 500 hodin na 32 výpočetních jádrech.

V úloze spalovacího motoru je v práci prezentována pouze část komplexní simulace. Komplexní simulace obsahovala výpočet pěti celých cyklů čtyřdobého spalovacího motoru (vstřikování a odparovaní paliva, hoření, výfuk a sání). Tato problematika je v automobilovém průmyslu velmi řešeným tématem. Stavba prototypů je finančně náročná, a proto je snaha aplikovat virtuální vývoj. Při těchto simulacích se řeší rozložení palivové směsi ve válci a průběh hoření. Optimalizace spalování snižuje emise CO<sub>2</sub> a množství sazí ve výfukových plynech. Jednou z možností, jak toho docílit, je optimální proudění směsi paliva a vzduchu během fáze saní a komprese. V práci je popsána simulace proudění směsi pomocí dvou typů sacích kanálů. Jeden z kanálů je tvarován tak, aby do válce dostal co největší množství směsi a tím její lepší homogenizaci. Výsledky numerických simulací potvrdily konstrukční předpoklady. Samotné práci pak předcházelo zavedení této metodiky na výpočetní oddělení a plně jí odladit pro potřeby výpočtů atmosférických motorů.

# Seznam vlastních publikací

### Článek v impaktovaném časopise:

P. Šidlof, J. Horáček, V. Řidký, Parallel CFD simulation of flow in a 3D model of vibrating human vocal folds, Computers & Fluids 80, 2013, pp 290-300,

## Příspěvky na mezinárodních konferencích:

V. Řidký, P. Šidlof Numerical simulation of flow around oscillating airfoil with large angle of rotation, Experimental fluid mechanics 2015, EPJ Web of Conferences 114, 2016

V. Řidký, Numerical Simulation of Flow in the Human Vocal Tract, Engineering Mechanics 2015, pp. 262-263, ISBN 978-80-86246-42-0. ISSN 1805-8248.

V. Řidký, P. Šidlof, Numerical simulation of deformation of dynamic mesh in the human vocal tract model, Experimental fluid mechanics 2014, EPJ Web of Conferences 92, 2015

V. Řidký, P. Šidlof, Parallel numerical computation of distribution of pressure past an oscillating airfoil NACA0015, Engineering Mechanics 2014, ISBN 978-80-214-4872-8 ISSN 1805-8256

V. Řidký, P. Šidlof, Parallel numerical simulation of oscillating airfoil NACA0015 in the channel due to flutter instability, Experimental fluid mechanics 2013, EPJ Web of Conferences 67, 2014

V. Řidký, P. Šidlof, V. Vlček, Parallel numerical simulation of airflow past an oscillating NACA0015 airfoil, Engineering Mechanics 2013, pp 497-501 ISBN 978-80-87012-47-5. ISSN 1805-8256.

V. Řidký, P. Šidlof, V. Vlček, Numerical simulations of the flow with the prescribed displacement of the airfoil and comparison with experiment, Experimental fluid mechanics 2012, EPJ Web of Conferences 45, 2013

P. Šidlof, J. Horáček, V. Řidký, Analysis of the flow field in a 3D model of convergent and divergent vocal folds, International Conference on Physiology and Biomechanics Germany, 2012

# Seznam použité literatury

BANDRINGA, H., 2010. *Immersed boundary methods*. Master's thesis. University of Groningen. Faculty of Mathematics and Natural Sciences.

DONEA J., 1982. An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for transient fluidstructure interactions. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. page 689-723.

DONEA, J., 2009. *Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods*. Encyclopedia of Computational Mechanics.

FEISTAUER, M., J. HORÁČEK and P. SVÁČEK, 2011. Numerical analysis of flow induced nonlinear vibrations of an airfoil with three degrees of freedom. Comput. Fluids 49, page 110-127.

FERZIGER, J. H. and M. PERIC, 2002. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer-Verlag Berlin.

HRŮZA, V., 2007. Modelování funkce hlasivek pomocí MKP. Dizertační práce, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2007.

JASAK, H., 1996. *Error analysis and estimation in the finite volume method with applications to fluid flow*. PhD thesis, Imperial College. University of London

JASAK, H. and Z. TUKOVI'C, 2004. Automatic mesh motion for the unstructured finite volume *method*. Journal of Computational Physics.

LAUDER, B. E. and D. B. SPALDING, 1972. *Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press. 1972.

LAUDER, B. E. and D. B. SPALDING, 1974. Computational Methods for Turbulent Flows. Comp. Meth in Appl Mech & Eng'g. Vol 3. page 269-289.

MATUG, M., 2015. Náhradní hlasivky pro generování zdrojového hlasu: Počítačové modelování funkce hlasivek. Dizertační práce, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. 147 s.

MENTER, Fr., M. KUNTZ, and R. LANGTRY, 2003. *Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model*. Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, ed: K. HANJALIC, Y. NAGANO, and M. TUMMERS. Begell House. page 625 - 632.

PANTON, R. L., 2005. Incompressible Flow. John Wiley & Sons.

PESKIN, C. S, 2002. The immersed boundary method. Acta Numerica. page 479–517.

SAAD, I., S. BARI and S. N. HOSSAIN, 2013. *In-cylinder air flow characteristic generated by guide vane swirl and tumble device to improve air-fuel mixing in diesel engine using biodiesel.* Procedia Engineering. 56. page 363-383.

SCHOLZ, C., 2018. *Učební texty www.kvm.tul.cz*. [online] [vid. 28.6.2018]. Dostupné z: <u>http://www.kvm.tul.cz/getFile/id:1958</u>

SCIAMARELLA, D. and P. L. QUÉRÉ, 2008. Solving for unsteady airflow in a glottal model with immersed moving boundaries. European Journal of Mechanics - B/Fluids 27. page 42-53.

ŠIDLOF, P., J. HORÁČEK and V. ŘIDKÝ, 2013. *Parallel CFD simulation of flow in a 3D model of vibrating human vocal folds*. Computers & Fluid. Vol. 80. page 290-300.

ŠIDLOF P., S. ZÖRNER and A. HÜPPE, 2015. *A hybrid approach to computational aeroacoustics of human voice production*. Biomechanics and Modeling in Mechanobiology 14. page 473-488.

ŠIDLOF P., V., VLČEK, M. and ŠTĚPÁN, 2016. *Experimental investigation of flow induced vibration of a pitch-plunge NACA 0015 airfoil under deep dynamic stall*. Journal of Fluids and Structures 67. page 48-59. DOI 10.1016/j.jfluidstructs.2016.08.011.

ŠVANCARA, P., J. HORÁČEK and V. HRŮZA, 2008. *Development of FE Model of Interaction between Oscillating Vocal Folds and Acoustic Space of the Vocal Tract.* Proceedings of the 6th International Conference on Voice Physiology and Biomechanics. Tampere. Finland. page 161-171.

ŠVANCARA, P., J. HORÁČEK and V. HRŮZA, 2011. *FE modelling of the fluid-structureacoustic interaction for the vocal folds self-oscillation*. Vibration Problems ICOVP. page 801-807.

VALÁŠEK, J., P. SVÁČEK and J. HORÁČEK, 2016. *Numerical solution of fluid-structure interaction represented by human vocal folds in airflow*. EPJ Web of Conferences. 114. 02130. 10.1051/epjconf/201611402130.

YIN, C., Z. ZHANG, Y. SUN, T. SUN and R. ZHANG, 2016. *Effect of the piston top contour on the tumble flow and combustion features of a GDI engine with a CMCV: a CFD study.* Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics. 10. page 311-329.

ZÖRNER, S., P. ŠIDLOF, A. HÜPPE and M. KALTENBACHER, 2016. *Flow and Acoustic Effects in the Larynx for Varying Geometries*. Acta Acustica united with Acustica 102(2). page 257-267.