

**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**

Studentská 2, 461 17 Liberec 1

Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

Ústav mechatroniky a technické informatiky

---

Autoreferát disertační práce

**Studium silového působení mezi permanentními magnety**

**Study of permanent magnets force interaction**

Ing. Tomáš Mikolanda

Liberec 2009

---



# **TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**

Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

## **Studium silového působení mezi permanentními magnety**

### **Study of permanent magnets force interaction**

Ing. Tomáš Mikolanda

Studijní program: P 2612 Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: 2612V045 Technická kybernetika

Pracoviště: Ústav mechatroniky a technické informatiky  
Oddělení elektroniky a elektrotechniky  
Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií  
Technická univerzita v Liberci  
Studentská 2, 461 17, Liberec

Školitel: Prof. Ing. Aleš Richter, CSc.





---

# Anotace / Annotation

## CZE

Výpočet vzájemného silového působení vychází ze zjištění prostorového průběhu magnetického pole. Ze tří možných modelů (magnetické náboje, vázané proudy a magnetické dipóly) byl použit model vázaných proudů, který je univerzální. V nezbytné experimentální části byla realizována aparatura pro automatizované měření trojrozměrného magnetického pole. Průměrováním naměřených hodnot se výrazně se podařilo redukovat úroveň rušení. Citlivostní analýza, rozbor nejistot a vlastní experiment prokázaly vysokou relativní přesnost měření a to jak polohy, tak magnetické indukce. V obou případech za normálních podmínek činila kolem 1 %, což je na magnetická měření přesnost vysoká.

Mezi praktické výsledky patří (kromě vysoké reprodukovatelnosti měření) ověření dosti vysoké nehomogenity magnetického pole u jednotlivých vzorků tvaru prstence. Relativní změna indukce činila až 10 % oproti očekávané konstantní hodnotě nebo stejnému průběhu, který vyžadovala symetrie vzorku. Tím se také vysvětluje poměrně vysoká naměřená neradiální složka magnetické indukce, která měla být z důvodů symetrie nulová. Výpočty založené na nejjednodušším modelu povrchových vázaných proudů prokázaly uspokojivou shodu s experimentem a umožnily simulovat systematické chyby měření. Při rozšíření modelu o opravu na vázané objemové proudy bylo dosaženo dobré shody modelu s experimentem v celém rozsahu měření.

Výsledky jsou využitelné v praxi pro modelování odpudivé síly mezi magnety tvaru prstence. Byl zjištěn dobrý souhlas mezi našim modelem a experimentálním průběhem síly. Byly vypočteny další parazitní síly a momenty, které je obtížné změřit, ale v praxi mohou vyvolat komplikace. Teoreticky byl ověřen senzor pro měření polohy pohyblivého magnetu z hodnot magnetické indukce. Je nutno použít obou složek a polohu určit z jejich rozdílu a hodnoty axiální složky. Dále byl sestaven dynamický model simulující účinek brzdící síly za reálných podmínek. Práce se zabývá i možnostmi měření demagnetizace magnetů při praktických aplikacích.

*Klíčová slova: permanentní, magnet, magnetizace, vázané proudy, numerický, model, magnetické, pole, síla, moment, silové, působení, indukce, demagnetizace*

## EN

Coupled currents model, which substitutes magnetization was chosen from one of the three possible models for calculation of permanent magnets force interaction. An apparatus for automated measurement of three dimensional magnetic fields was realized in experimental part. Sensitivity and uncertainty analysis and experiment itself approved relatively high measurement accuracy of about 1 %. Quite high nonhomogeneity up to 10 % was verified at individual samples. Volume coupled currents model extension has brought good agreement of model and experiment. Results are useful in engineering practise for modelling of repulsion force between permanent magnets. Good agreement was evaluated between our model and experimental force process. Sensor for measurement of position of moveable magnet was verified in a theoretical way and dynamical model was built as well.

*Keywords: permanent, magnet, magnetization, coupled currents, numerical, model, magnetic, field, force, momentum, interaction, induction, demagnetization*



---

# Obsah

<b>Anotace / Annotation</b>	<b>v</b>
<b>Obsah</b>	<b>1</b>
<b>A Úvod</b>	<b>3</b>
<b>B Teorie</b>	<b>5</b>
<b>C Experiment</b>	<b>7</b>
<b>D Modely a výpočty</b>	<b>15</b>
<b>E Výsledky</b>	<b>17</b>
E.1 Praktické výsledky . . . . .	17
E.2 Teoretické výsledky . . . . .	19
<b>F Diskuse</b>	<b>27</b>
<b>G Závěr a zhodnocení</b>	<b>29</b>
<b>Literatura</b>	<b>31</b>
<b>Vlastní publikace</b>	<b>33</b>
<b>Zaznamenané citace</b>	<b>37</b>





---

# Úvod

Nápad využít odpudivou a přitažlivou sílu permanentních magnetů v mechanických soustavách spadá do začátků elektrotechniky. Jedny z prvních publikovaných výsledků aplikací permanentních magnetů lze najít např. v databázi IEEE již z konce 19. století. Ve většině elektrotechnických aplikací se však permanentní magnety používají v kombinacích s elektromagnety s měkkými jádry nebo permanentní magnet sám tvoří jádro elektromagnetu. Se samostatným použitím tvrdých permanentních feromagnetických materiálů bez dalšího elektrického buzení v mechanických konstrukcích se setkáváme spíše výjimečně. Je to dáno především tím, že permanentní magnety neměly potřebnou přitažlivou nebo odpudivou sílu v poměru ke své velikosti. Vývoj a výroba nových materiálů ze vzácných zemin pro permanentní magnety otevírá nové možnosti uplatnění těchto prvků v pasivních mechanických uzlech.

U permanentních magnetů předpokládáme konstantní vnější magnetické pole, z toho vyplývá, že jejich praktické uplatnění je omezené narozdíl od elektromagnetů, kde vnější pole je říditelné. Silové působení permanentních magnetů na okolí jsme schopni ovlivňovat pouze vzdáleností a konstrukčním uspořádáním, tj. geometrickými rozměry, tvarem a magnetizací. Na druhé straně je však velkou výhodou, že silové působení těchto prvků nevyžaduje žádné buzení a je energeticky nenáročné.

V mnoha konstrukcích strojů se setkáváme s lineárními vratnými pohyby, jako na příklad rozvádění dopřádacího stroje. Bezvřetenový dopřádací stroj pracuje s centrální rozváděcí, několik metrů dlouhou tyčí která je napojena na klikový vačkový systém v hlavním rámu stroje. Stávající mechanické řešení je při vysokých rychlostech dopřádání vystaveno velkým dynamickým účinkům v úvratích. Při dalším zvyšování rychlosti předení bude muset pohon v úvratích překonávat velké výkyvy krouticích momentů na vačce, aby překonal značné setrvačné síly. Standardní řešení je použití pružných elementů, nejčastěji ve formě pryžových bloků. Ty z technického hlediska vytvářejí brzdící sílu a v zápětí sílu urychlující. Z fyzikálního hlediska jde o akumulaci kinetické energie ve formě energie elastické.

Inovace spočívá v tom, že se kinetická energie akumuluje ve formě magnetické energie permanentních magnetů s cílem snížit mechanickou sílu, kterou musí poháněcí mechanismus vykonat na překonání úvratě stroje. Díky tomu bude možné ponechat stávající výkon pohonu a přitom dále zvyšovat produkční rychlost stroje. V této práci se autor pokusí stanovit teoretické předpoklady, za kterých je možné využít magnetické akumulace kinetické energie.

K tomu, aby bylo možné počítat silové působení magnetů, je nutné především znát přesný průběh magnetického pole. Magnetické pole je vytvářeno elementárními magnetickými dipóly uvnitř magnetu, jejichž efekt jako celku se popisuje magnetizací. Přesný průběh magnetizace však není znám, proto se musí vytvářet různě přesné modely, které se snaží popsat co nejlépe její průběh. Na základě těchto modelů se pak spočítá magnetické pole.

Poněvadž modely jsou jen přiblížením k realitě je nutný poměrně přesný experiment, který by umožnil kvalifikovaně porovnat vypočtené výsledky se změřenou realitou. Poněvadž se jedná o přesné měření rozsáhlého trojrozměrného magnetického pole, měřicí aparatura musí být plně automatizovaná. Tvoří mechatronický systém, obsahující navzájem provázanou mechanickou, elektronickou a řídicí část. Na základě uspokojivé shody se přijme model magnetizace jako aplikovatelný, jinak je nutné jeho zpřesnění, což může být dosti komplikované.

Teprve po získání spolehlivého modelu je možné přistoupit k výpočtu síly. Pokud na sebe magnety působí jen odpudivou silou, jsou v labilním rovnovážném stavu. Prakticky kromě odpudivé síly vznikají další síly a momenty. Ty všechny musí být vypočteny a první výpočty ověřeny experimentem. Kromě odpudivé síly jsou však další síly a momenty obtížně měřitelné. V případě dobrého souhlasu lze modelovat zařízení dynamicky a pro reálné parametry, tj. získat časové průběhy polohy a rychlostí, případně i zrychlení při použití v praxi. Na jejich základě lze pak posoudit, jak se budou magnety chovat ve skutečném stroji. Toto by mělo být konečný cílem této práce.

Magnetická síla je nejjednodušší formou bezkontaktního přenosu síly. Proto se používá v mnoha technických a vědeckých aplikacích od jednoduché bezkontaktní síly přes bezkontaktní přenos momentu až po složité systémy magnetických závěsů, ložisek či levitace.

Poměrně velká pozornost byla věnována bezkontaktnímu přenosu momentů, kde v principu jak hnací, tak hnaný cylindrický systém je složen z dílčích magnetů orientovaných navzájem opačně, pracovnímu tomu můžeme říkat systém střídavých pólů. Základní přehled o návrhu a realizaci těchto systémů lze získat z literatury, např. [12], [13], [14] a [15]. Vyšší úrovní aplikací jsou pak magnetická ložiska, o nichž pojednává např. literatura [16], [17] a [18].

Základní úlohou ve všech použitých systémech je určení všech složek síly, kterou na sebe působí dva protilehlé magnety a to ve vychýlené poloze. K výpočtům se používá ve velkém rozsahu model magnetických nábojů, který je teoreticky velmi podrobně popsán v literatuře [4]. Dále byl navržen model vázaných proudů, teoreticky popsán v navazujícím článku [5]. Tyto modely lze jen zřídka aplikovat čistě analyticky, poněvadž geometrie je poměrně složitá. Obvykle je nutné numerické řešení, jehož optimalizace je naznačena zejména v literatuře [4]. Analytické řešení získané pro axiální osu válcových magnetů je popisováno v literatuře [6]. Ještě je nutno připomenout, že v článku [9] je jako jedno z řešení působící síly navržen princip magnetické energie, tj. určení směru, ve kterém klesá. Působící síla je derivací energie podle souřadnic.

Praktické vztahy či výpočet pro sílu působící na sousední magnety používají výhradně metodu magnetických nábojů, různé přístupy jsou např. v člancích [9], [10] a [11]. Poněkud jiný přístup je aplikace skalárního a vektorového potenciálu, který je navržen v práci [7]. Samozřejmě jsou i práce řešící tento problém metodou konečných prvků [3], [8]. Z těchto dílčích, ale klíčových výsledků, vztahů a výpočtů pak vychází návrh a analýza složitých systémů složených z mnoha magnetů navzájem různě orientovaných, viz např. práce [12], [13], [14] a [15].

V této práci, na rozdíl od všeobecného přístupu, založeného na neexistujících magnetických nábojích používáme realističtějšího modelu vázaných povrchových a objemových proudů. Ty sice též reálně neexistují, z hlediska silového působení se však chovají naprosto stejně jako reálně vtištěné proudy. Jako třetí naprosto odlišný model je pak navržen řešení silového působení mezi reálně existujícími elementárními magnetickými dipóly, které se však ukazuje výpočetně velmi náročné. Řešení se omezuje na jednoduchý ale prakticky využívaný systém silového působení dvou prstencových permanentních magnetů. Při výpočtu sil a momentů se postupuje tak, že se nejprve vypočte magnetické pole jednoho z nich a to pak působí na vázané proudy, které modelují druhý magnet.

---

# Teorie

Pro popis magnetického pole buzeného permanentním magnetem postačuje jen malá část Maxwellových rovnic pro stacionární magnetické pole. Poněvadž nepoužíváme metodu konečných prvků, ale aplikujeme numerickou integraci, plně postačuje jejich integrální tvar. Z hlediska výpočtů však vystačíme s Biot-Savartovým zákonem, který je z nich odvozen.

Pokud jde o materiálový popis, magnet je popsán magnetizací  $\mathbf{M}$ , což je dipólový moment objemové jednotky feromagnetika. Teoreticky by měla být magnetizace popsána jako funkce polohy v permanentním magnetu. V teorii magnetického pole se dokazuje, a v práci je to poměrně podrobně rozvedeno, že magnetické pole vytvářené zmagnetovanou látkou lze modelovat třemi způsoby:

1. Magnetizace je nahrazena nepohyblivými magnetickými náboji, které se nacházejí na povrchu a v objemu magnetu.
2. Magnetizace se převede na vázané proudy, které obecně tekou na povrchu i v objemu magnetu.
3. Magnetizace se uvažuje reálně pomocí elementárních magnetických dipólů.

Každý z těchto přístupů vede v zásadě na totéž magnetické pole, závisí jen na přesnosti, s jakou model respektuje realitu, pokud je ovšem přesně známa. Na druhé straně každý z modelů má své silné a slabé stránky. Základní porovnání modelů je uvedeno v tabulce B.1. Magnetické náboje představují nejjednodušší řešení, jejich nevýhodou ale je, že neexistují,

**Tabulka B.1:** Porovnání metod řešení.

Modelovací metoda	Magnetické náboje	Vázané proudy	Magnetické dipóly
Fyzikální realita	Neexistuje	Neexistuje	Existuje
Analogie	Formální, částečná	Přesná a úplná	Realita
Složitost	Malá	Střední	Velká
Teorie a vztahy	Jednoduché	Poněkud složitější	Složitě
Výpočet	Rychlý	Dostí rychlý	Pomalý
Využití	Omezené	Všestranné	Rozsáhlé

a tudíž je tato metoda založena jen na formální analogii. Mohou být tedy využity jen v omezených případech, zde je to ale jednoduché. Vázané proudy sice neexistují, ale jsou analogií reálných volných proudů. Proto mohou být použity společně s nimi, tedy prakticky ve všech úlohách. Je to metoda univerzální a jednoduchá, pracuje se jen s proudy, ať volnými či vázanými. Oba typy mají stejné účinky. Magnetické dipóly jsou realitou, ale aplikace

tohoto modelu je náročná teoreticky i výpočetně. Navíc nelze tento model použít jednoduše tam, kde jsou volné proudy. Je nutno zvláštní metodou počítat pole vyvolané dipóly a pole buzené volnými proudy, což je nepochybně komplikace.

Ačkoliv aplikace magnetických nábojů se jeví jako vhodnější pro permanentní magnety, byla dána přednost poněkud složitější, ale univerzální metodě vázaných proudů. Důvodem je zejména bezproblémové rozšíření modelu na složitější případy.

U zvoleného modelu vázaných proudů lze počítat buď vektorový potenciál nebo magnetickou indukci. I přesto, že výpočet vektorového potenciálu je snadnější a rychlejší, byla dána přednost přímému výpočtu magnetické indukce. V případě numerických výpočtů je nutné provést grafickou derivaci, která je všeobecně zatížena velkou chybou. I když existují metody, jak grafickou derivaci efektivně spočítat, nejlepší je se jí úplně vyhnout.

Model vázaných proudů je založen na skutečnosti, že stejného magnetického pole jako buzeného magnetizací  $\mathbf{M}(\mathbf{r}_0)$  v objemu magnetu lze dosáhnout, pokud předpokládáme, že v magnetu tečou fiktivní proudy, jednak v objemu o objemové hustotě  $\mathbf{i}_m(\mathbf{r}_0)$ , jednak na povrchu o plošné hustotě  $\mathbf{j}_m(\mathbf{r}_0)$ . Povrchem se rozumí buď rozhraní látky a vakua nebo rozhraní dvou látek, jejichž vlastnosti (magnetizace) se na tomto rozhraní mění skokem. Oba typy vázaných proudů souvisí s magnetizací pomocí vztahů

$$\mathbf{i}_m = \text{rot}_0 \mathbf{M}(\mathbf{r}_0), \quad (\text{B.1a})$$

$$\mathbf{j}_m = \text{Rot } \mathbf{M}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{n} \times (\mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_1). \quad (\text{B.1b})$$

Index *nula* u objemové rotace naznačuje, že se derivuje podle materiálových souřadnic.

Poněvadž v modelu vázaných proudů budí tyto proudy stejné pole jako volné, použijeme pro obecný výpočet magnetického pole Biot-Savartův zákon. V tomto zákonu vystupují souřadnice dvou typů objektů. Jednak jsou to objekty budící pole, např. element povrchového nebo objemového proudu, jednak je to buzené pole, např. počítaná magnetická indukce v daném bodě. Polohové vektory a souřadnice budících prvků budou mít index nula a nazveme je *materiálové*, např. vektor  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  popisuje polohu elementu plošného proudu  $\mathbf{j} dS$ . Polohové vektory bez indexu popisují bod, v němž počítáme veličinu pole. Nazveme je *polní* polohové vektory. Např. magnetickou indukci  $\mathbf{B}$  počítáme v bodě o polohovém vektoru  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ . Tento přístup vede ke složitějším vztahům, než jsou uváděny obvykle v literatuře [1] a [2]. Má však výhodu v tom, že snižuje riziko chyb v numerických výpočtech, poněvadž vše je jasně definováno.

S ohledem na důležitost pro další odvození uvedeme Biot-Savartův zákon ve dvou základních tvarech: pro objemové a plošné proudy. Pro objemové proudy má tvar

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(V)} \frac{\mathbf{i}(\mathbf{r}_0) \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3} dV = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(V)} \frac{\mathbf{i} \times \Delta \mathbf{r}}{(\Delta r)^3} dV. \quad (\text{B.2})$$

Předpokládáme, že v tělese o objemu  $V$  tečou proudy o objemové hustotě  $\mathbf{i}(\mathbf{r}_0)$ . Budící veličina, proudový element  $\mathbf{i}(\mathbf{r}_0) dV$  v místě o polohovém materiálovém vektoru  $\mathbf{r}_0$  přispívá k magnetické indukci  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  v bodě o polohovém vektoru  $\mathbf{r}$  obecně přírůstkem  $d\mathbf{B}$ . Symbolem  $\mu_0$  je označena permeabilita vakua. V posledním výrazu je  $\Delta \mathbf{r}$  rozdíl polního a materiálového vektoru.

Tečou-li po ploše  $S$  plošné proudy o hustotě  $\mathbf{j}(\mathbf{r}_0)$ , pak je buzené pole  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  v bodě o polohovém vektoru  $\mathbf{r}$  dáno výrazem

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(S)} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_0) \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3} dS = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(S)} \frac{\mathbf{j} \times \Delta \mathbf{r}}{(\Delta r)^3} dS. \quad (\text{B.3})$$

Přitom  $\mathbf{r}_0$  je polohový vektor plošného elementu  $dS$ . V posledním výrazu je  $\Delta \mathbf{r}$  opět rozdíl polního a materiálového vektoru.

---

# Experiment

Na aparaturu jsou kladeny tyto požadavky. Musí obsahovat mechanickou část, která zajistí umístění měřícího prvku do daného bodu. K tomu je vhodný lineární posuv. K měření magnetické indukce se použije Hallova sonda, která převádí magnetickou indukci na elektrické napětí. Je to pasivní senzor, musí být napájen předepsaným konstantním proudem. Napětí z Hallovy sondy je nutné dále zpracovat do digitální podoby. K zajištění automatizovaného měření je nutné řízení mechanického posuvu a zpracování dat. Aparatura tedy tvoří mechatronický systém, který je složen z mechanické, elektronické a řídicí části.

Mechanická část aparatury je složena z několika konstrukčních samostatných částí:

1. Dvou lineárních posuvů pro 2D posuv,
2. adaptační sady pro kolmé spojení těchto posuvů,
3. krokových motorů k pohonu posuvů,
4. pružné spojky přenášející krouticí moment,
5. plastové hlavice pro uchycení Hallovy sondy na lineární posuv.

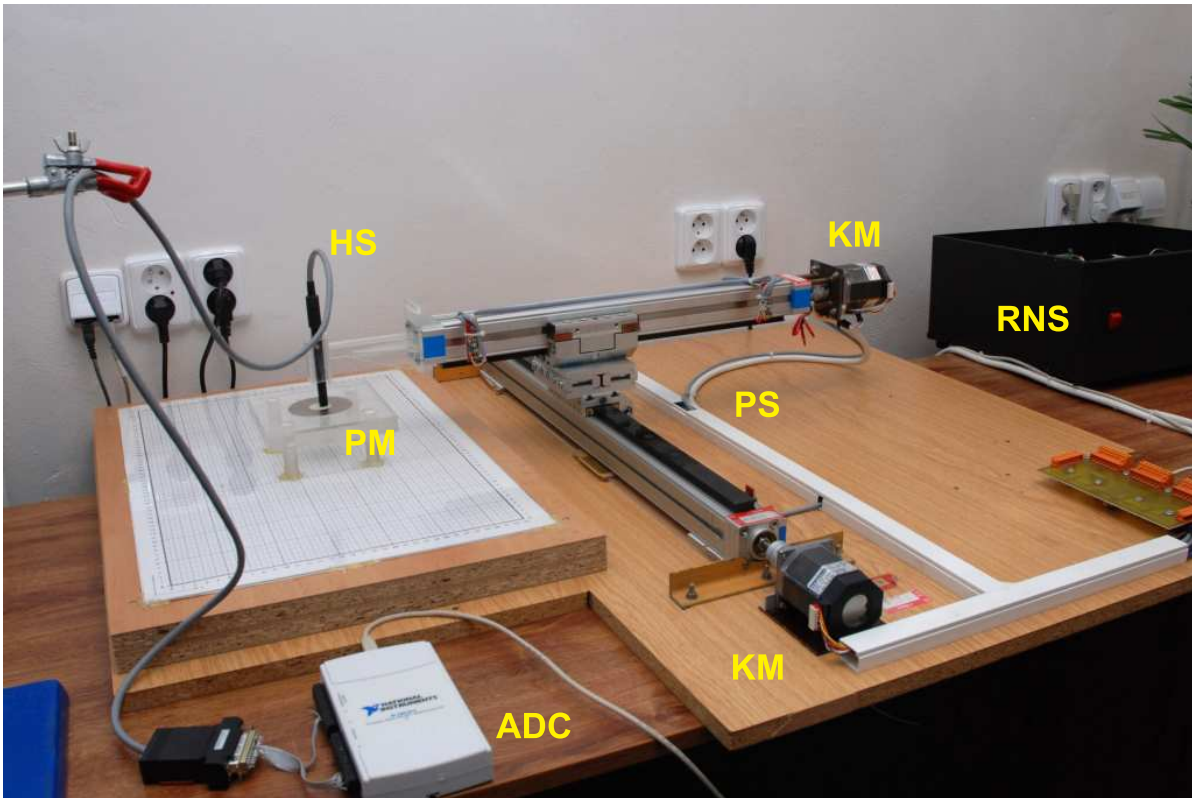
Na obr. C.1 je zobrazena fotografie pracoviště pro měření magnetického pole permanentních magnetů.

Elektrická část aparatury, viz obr. C.2, slouží k napájení a řízení mechanické části aparatury. Je složena z napájecích zdrojů, řídicích jednotek krokových motorů a hlavní řídicí jednotky. Dále zajišťuje měření Hallova napětí a jeho převod do digitálního tvaru. Řídicí část obsahuje program pro řízení mechanického posuvu a programy pro zpracování signálu, zejména redukci šumu a jeho uložení spolu s dalšími nezbytnými informacemi. Nejistoty měření magnetické indukce v daném bodě se skládají ze dvou nezávislých částí:

1. Nejistota v nastavení předepsané polohy sondy.
2. Nejistota naměřené hodnoty magnetické indukce v místě, kde se sonda nachází.

S ohledem na odlišný charakter těchto nejistot je probereme odděleně. Nejistota polohy se zjišťuje z těchto úvah. K zajištění lineárního pohybu sondy v jednom směru jsou zapotřebí tyto tři součásti: krokový motorek, pružná spojka a lineární posuv. Nejistota v nastavení polohy je tedy určena těmito třemi nejistotami:

1. Nejistota v kroku krokového motoru,
2. nejistota v přenosu nastaveného krouticího úhlu pružnou spojkou,
3. nejistota v nastavení polohy jezdců lineárního posuvu samotným posuvem.



**Obrázek C.1:** Fotografie pracoviště pro měření magnetického pole permanentních magnetů. HS – Hallova sonda; PM – Permanentní magnet - měřený vzorek; ADC – Měřicí zařízení - analogově-digitální převodník; KM – Krokové motory; PS – Polohovací stůl - lineární posuvy FESTO; RNS – Řídící a napájecí jednotka (připojena po sériové sběrnici k PC).

Při rozboru jednotlivých nejistot předpokládáme, že zbývající dvě se neuplatní, tj. toto zařízení se chová jako ideální.

Celkovou nejistotu polohy lze určit jako odmocninu součtu čtverců dílčích nejistot, danou vztahem

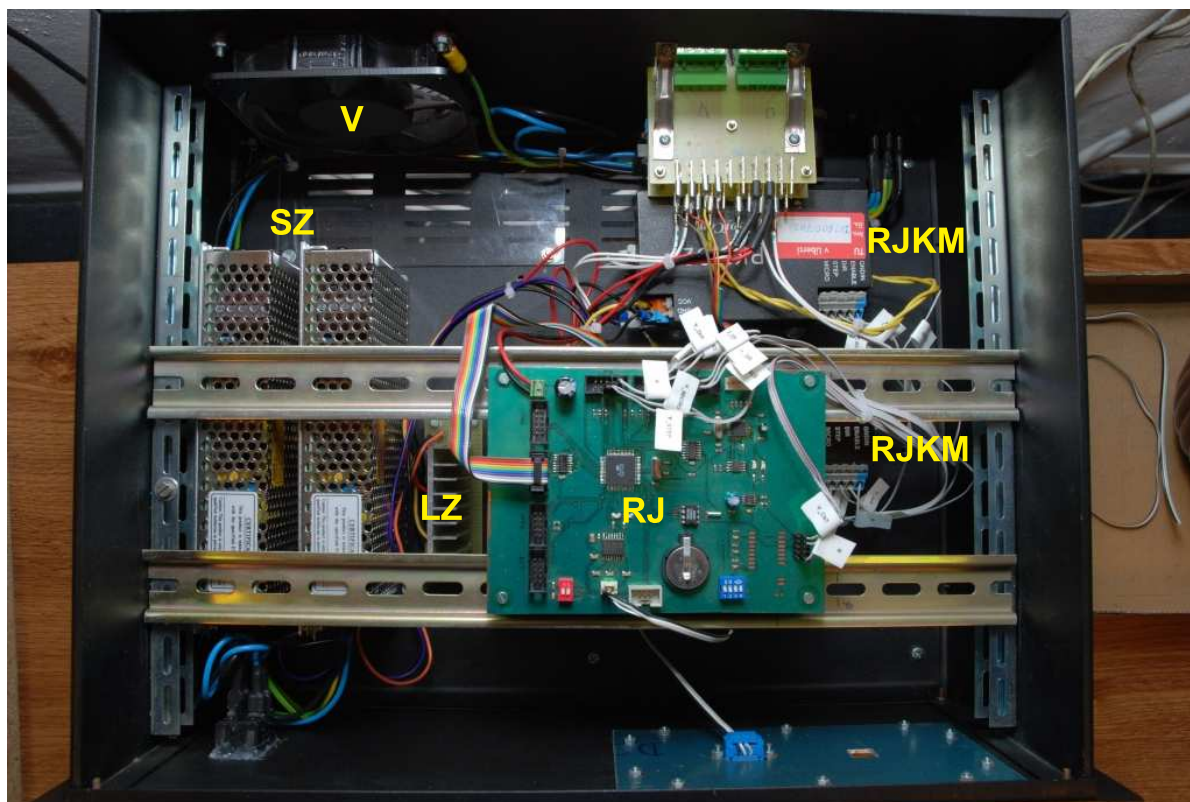
$$\Delta l = \sqrt{\left(\frac{\Delta l_k}{\Theta_k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l_p}{\Theta_p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l_s}{\Theta_s}\right)^2}, \quad (\text{C.1})$$

kde  $\Theta_k$ ,  $\Theta_p$  a  $\Theta_s$  jsou parametry, které mají hodnotu podle zvoleného pravděpodobnostního rozložení, viz [26]. Velikost těchto parametrů a tím i typ pravděpodobnostního rozložení byl zvolen s ohledem na míru ovlivnění nejistoty polohy jednotlivými prvky. Mezi ty méně přesné členy byl zařazen lineární posuv a pružná spojka, proto byly zvoleny konstanty  $\Theta_p = \Theta_s = \sqrt{3}$ , zatímco pro krokový motor byla hodnota parametru určena  $\Theta_k = \sqrt{6}$ , viz [26]. Po dosazení výše zjištěných nejistot a vyjádření vztahu vyjde hodnota  $\Delta l = 12 \mu\text{m}$ . Pro hodnoty dílčích nejistot jsme na základě rozboru firemní literatury získali hodnoty uvedené v tabulce C.1.

Po výpočtu kombinované nejistoty měření spočtena i rozšířená nejistota měření, viz [26]. Nejmenší možná změna polohy aparaturou včetně nejistoty je pak určena konečným vztahem

$$l_{min} = (50 \pm 40) \mu\text{m}. \quad (\text{C.2})$$

Nejistota polohy je téměř stejně velká jako jeden krok, posuv se tedy nehodí pro nastavení malých vzdáleností. Relativní nejistota dosahuje desítek procent. S rostoucí délkou posunutí však klesá nepřímo úměrně. Nejistota v určení polohy je tedy z technického hlediska pro tuto úlohu uspokojivá. Přehledně jsou zdroje nejistot, jejich příčiny a základní parametry uvedeny



**Obrázek C.2:** Fotografie elektroinstalace a rozmístění jednotlivých součástí separátní elektrické jednotky aparatury. V – Ventilátor; SZ – Spínané napájecí zdroje; LZ – Lineární napájecí zdroje; RJ – Hlavní řídicí jednotka; RJKM – Řídicí jednotky krokových motorů.

**Tabulka C.1:** Tabulka nejistot jednotlivých částí aparatury, které mají vliv na celkovou nejistotu polohy a jejich původ.

část	typ nejistoty	hodnota
krokový motor	tolerance kroku	$1.8^\circ \pm 0.1^\circ$
pružná spojka	úhl. deformace	$0.28^\circ/\text{Nm}$
lineární posuvy	opakovatelnost	$\pm 0.02 \text{ mm}$

v tabulce C.1. Nejistota měření magnetické indukce se skládá z těchto dvou téměř nezávislých částí

1. Působení šumu, což je čistě nahodilá složka nejistoty, která působí na vstupu sondy.
2. Nejistota vznikající v přenosovém řetězci, které obsahují nahodilou i systematickou složku.

Magnetická indukce je funkce závislá na prostorových souřadnicích  $x, y$  a  $z$ . Vstupní hodnotu ovlivňuje indukovaný šum od síťového napětí a další rušení, který je funkcí času. Měřená hodnota je tedy superpozicí skutečné magnetické indukce (závislé pouze na prostorových souřadnicích) a magnetické indukce, která se formálně načítá k výsledku jako důsledek rušení. Celkovou závislost indukce lze popsat zobecněným vztahem

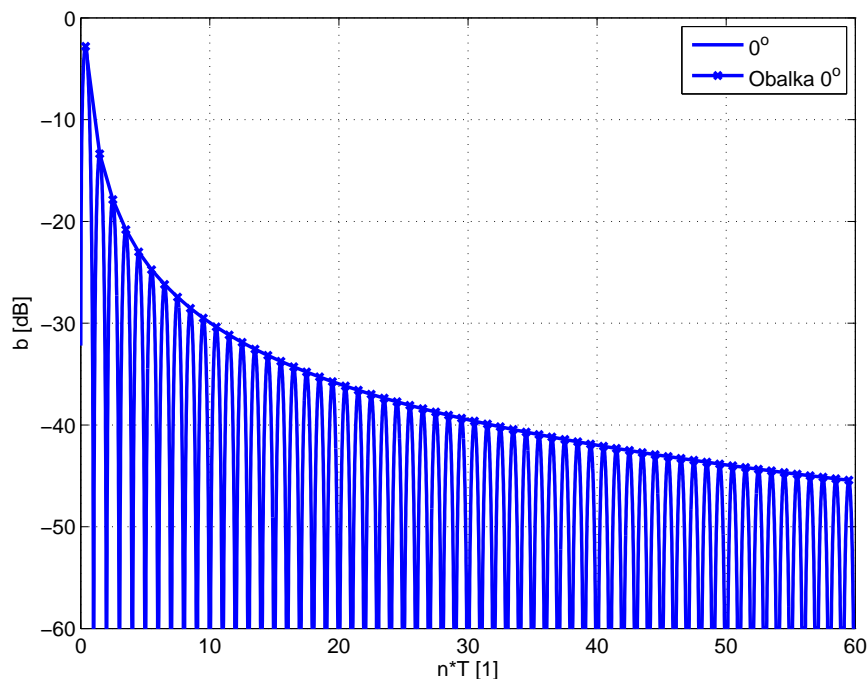
$$\mathbf{B}_v(x, y, z, t) = \mathbf{B}(x, y, z) + \mathbf{B}_i(t), \quad (\text{C.3})$$

kde  $\mathbf{B}(x, y, z)$  je měřená magnetická indukce a  $\mathbf{B}_i(t)$  odpovídá nepřímě superponované, parazitní hodnotě magnetické indukce. Její zdroje jsou zejména tyto:

1. Nejistota měření způsobená rušením od elektrické instalace (rozvodné sítě).
2. Nejistota měření způsobená rušením od spínaných zdrojů.
3. Nejistota měření způsobená rušením od elektrických strojů.

První zdroj nejistoty měření se ukázal jako nejpodstatnější a proto jsme se zabývali redukcí jeho vlivu.

Dokonalého potlačení střídavého signálu je možno dosáhnout průměrováním přesně po dobu jedné periody. To však předpokládá přesnou znalost frekvence základní harmonické složky napětí, jejíž určení/změření není zcela triviální. Velmi dobré hodnoty potlačení střídavého signálu lze dosáhnout i průměrováním většího množství period signálu, který je ovlivněn síťovým rušením. Příklad potlačení střídavého signálu v závislosti na počtu průměrovaných period je na obr. C.3 pro počáteční nulovou fázi. Vliv počáteční fáze je na obr. C.4. Celkové potlačení v širokém časovém rozsahu je na obr. C.5.



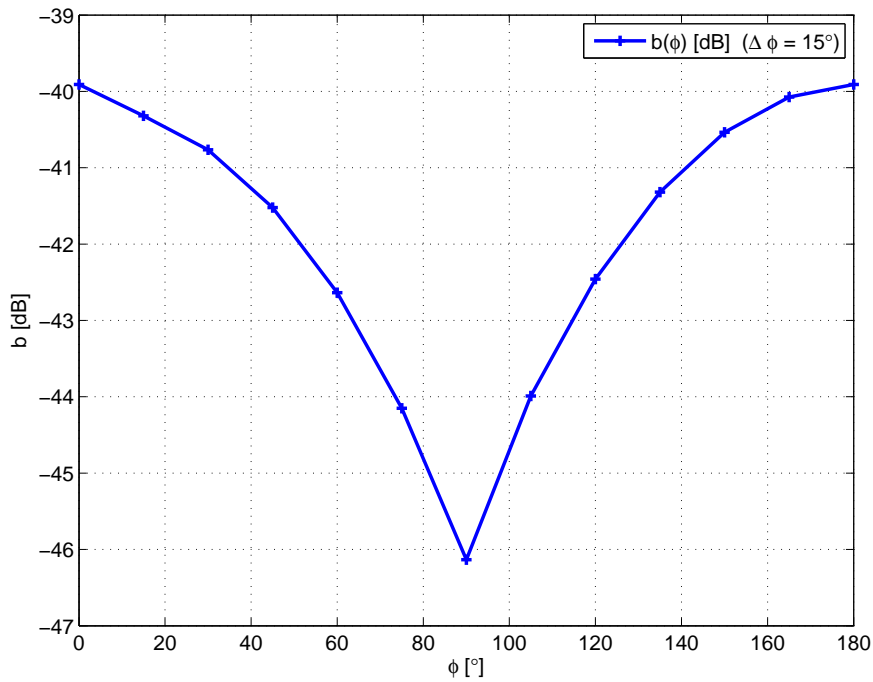
**Obrázek C.3:** Závislost potlačení střídavého signálu na počtu průměrovaných period pro nulovou fázovou konstantu.

Z provedených výpočtů, které jsou reprezentovány obr. C.5, byla získána data, která jsou uvedena v tab. C.2. Data vychází z charakteristiky pro fázovou konstantu  $\varphi = 0^\circ$ , což je nejhorší případ. Pro potlačení šumu na 1 %, tj. 40 dB, je nezbytné průměrovat po dobu 32 period, tj. asi 0.6 s na jedno měření. Celkové proměření vzorku pak vyžaduje minimální dobu asi 3 a půl hodiny. Doba měření popisují hodnoty uvedené v tab. C.2.

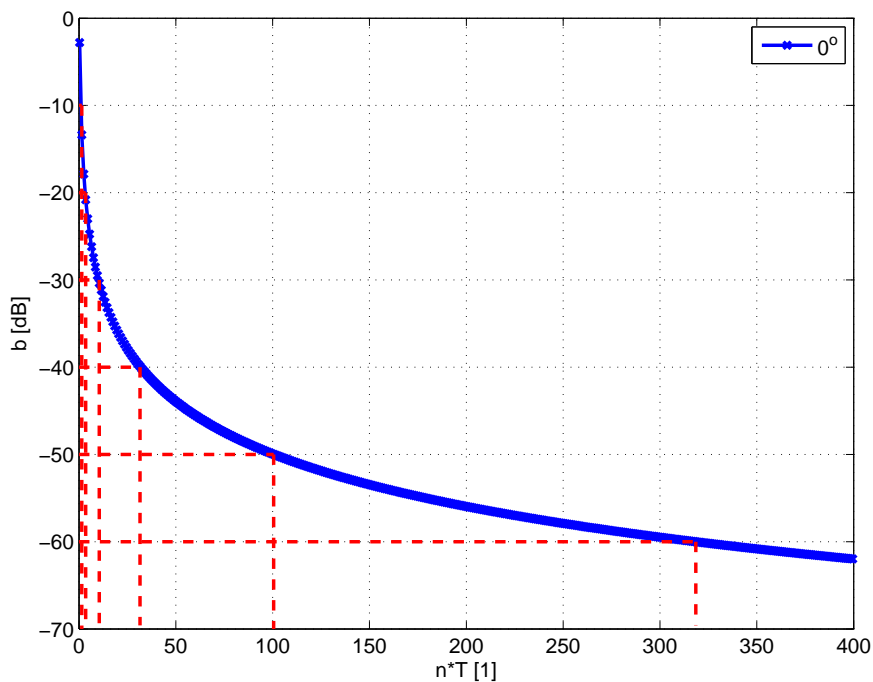
Dalším zdrojem nejistot měření magnetické indukce je přenosová cesta zajišťující převod vstupního napětí na Hallově sondě do digitální formy. Hlavními zdroji nejistot je elektronický obvod a analogově digitální převodník. Výpočet nejistoty měření způsobené elektronickým zapojením Hallové sondy vychází z analýzy nejistot způsobených jednotlivými elektronickými součástmi. Celková nejistota je ovlivněna několika klíčovými parametry.

Halovo napětí závisí v obecném případě na citlivosti sondy  $K_{H0}$ , měřeném magnetickém poli  $B$  a příčném proudu Hallovou sondou  $I$ . V reálné situaci je však závislost složitější. Je potřeba vzít v úvahu další, parazitní parametry, které výrazně komplikují výpočet nejistoty. Výstupní napětí Hallové sondy, které vstupuje do analogově-digitálního převodníku, je dáno





**Obrázek C.4:** Závislost potlačení střídavého signálu na fázové konstantě pro  $N = 32$ . Na vodorovné ose je vynesena fázová konstanta v intervalu  $\langle 0^\circ; 180^\circ \rangle$ , na svislé ose pak velikost potlačení střídavého signálu.



**Obrázek C.5:** Závislost potlačení střídavého signálu na počtu period.

po složitém odvození vztahem

$$U_{adc} = U_h A_d + \left( V_{osi} + \frac{V_{oso}}{A_d} \right) + I_b R_{Hout}, \quad (C.4)$$

kde  $U_h$  je Hallovo napětí,  $A_d$  je skutečné zesílení,  $V_{osi}$  je vstupní offset obvodu,  $V_{oso}$  je výstupní offset obvodu,  $I_b$  je vstupní klidový proud obvodu a  $R_{Hout}$  je maximální hodnota vstupního odporu Hallový sondy.

**Tabulka C.2:** Závislost útlumu střídavého signálu na počtu period.

Útlum [dB]	Počet period [1]	Doba vzorkování [s]	Doba měření vzorku [hod]
-10	2	0.04	0.218
-20	4	0.08	0.436
-30	11	0.22	1.190
-40	32	0.64	3.480
-50	101	2.02	11.000
-60	319	6.38	34.700

Lze říci, že na nejistotě změřeného Hallova napětí se zásadním způsobem podílejí změna teploty  $\Delta T$ , změna napájecího napětí  $\Delta V_{in}$  a velikost vstupního klidového proudu obvodu  $I_B$ . Pro typické hodnoty těchto vlivů je velikost absolutní nejistoty Hallovy sondy a jejího elektronického obvodu rovna

$$\Delta U_H = 5.6 \text{ mV} . \quad (\text{C.5})$$

Relativní nejistota výstupního analogového Hallova napětí činí kolem 0.8 %. Detailní výpočet i zdůvodnění jsou v práci.

Dalším zdrojem nejistoty je analogově digitální převod. AD převodník je 16-bitový s maximální souhrnnou rychlostí vzorkování rovnou 250 kS/s. Všechna měření v této práci byla provedena na měřicím rozsahu  $\pm 5 \text{ V}$ . Výpočet absolutní nejistoty převodu na uvedeném rozsahu je předepsán výrobcem a podle něho je absolutní nejistota převodu

$$\Delta U_{adc} = 1.4 \text{ mV} . \quad (\text{C.6})$$

Podrobnosti jsou uvedeny v práci. Celková nejistota měření je určena dvěma parametry, a to absolutní nejistotou analogově-digitálního převodníku na použitém měřicím rozsahu, a absolutní nejistotou Hallovy sondy v použitém elektronickém zapojení. Celkovou nejistotu v tomto případě lze určit jako odmocninu součtu čtverců dílčích nejistot danou vztahem

$$\Delta U = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_H}{\Theta_H}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_{adc}}{\Theta_{adc}}\right)^2} , \quad (\text{C.7})$$

kde  $\Theta_H, \Theta_{adc}$  jsou parametry, které mají hodnotu podle zvoleného pravděpodobnostního rozložení, viz [26]. Velikost těchto parametrů a tím i typ pravděpodobnostního rozložení byl volen s ohledem na míru ovlivnění nejistoty jednotlivými částmi měřicího řetězce. Po dosazení zjištěných absolutních nejistot do vzorce (C.7) pro celkovou nejistotu vyjde hodnota

$$\Delta U = 3.3 \text{ mV} . \quad (\text{C.8})$$

Celková rozšířená nejistota v určení napětí měřicím řetězcem činí<sup>1</sup>

$$\Delta U_r = 10 \text{ mV} \quad (\text{C.9})$$

pro zvolené měřicí rozsahy.

Klíčovou operací určující přesnost měření magnetické indukce je kalibrace Hallovy sondy. Pro kalibraci sond magnetického pole se nejčastěji používá čtyř možných zdrojů pole, viz např. [21]. Jsou to uzavřená kruhová smyčka, Helmholtzova cívka o kruhovém průřezu, uzavřená čtvercová smyčka a Helmholtzova cívka se čtvercovým průřezem. Podle literatury [21]

<sup>1</sup>Zaokrouhlování nejistot a výsledků odpovídá standardům pro nejistoty, uvedeným např. v [25].

stanovuje standard ANSI/IEEE pro kalibraci uzavřenou smyčku čtvercového průřezu. Krom této varianty je navíc za přijatelný zdroj přesného pole považována Helmholtzova cívka kruhového průřezu o „přiměřené“ velikosti. Podle [19] až [24] je Helmholtzova cívka zdrojem magnetického pole, které je v oblasti blízké středu cívky velmi homogenní. Toho se dá využít pro kalibraci Hallových sond. Na cívku se připojí zdroj konstantního proudu a následně se změří magnetické pole nejdříve přesným, kalibrovaným přístrojem OMEGA HHG-23, jehož hodnota je považována za referenční a dále nekalibrovanými sondami. Na základě získaných výsledků se spočtou kalibrační konstanty.

Ke kalibraci Hallové sondy jsme použili Helmholtzovu cívku, která se dá poměrně snadno realizovat s minimálními náklady. Byla navržena tak, aby při proudu 1 A vzniklo v měřené oblasti přibližně homogenní magnetické pole o indukci 1 mT. Cívka byla zkonstruována tak, aby se přípravek s trojrozměrnou Hallovou sondou dal snadno vložit do oblasti s homogenním magnetickým polem.

Pomocí Biot-Savara zákona byl spočten průběh magnetické indukce uvnitř cívky. Program byl v podstatě tentýž jako při výpočtu pro povrchové vázané proudy, nebo pro návrh demagnetizující vzduchové cívky. Prostorově nehomogenní proud v závitech je nahrazen povrchovým proudem s konstantní hustotou. Vrstva, po níž teče, prochází středy závitů.

Průběh magnetické indukce pole byl graficky zobrazen jak ve směrech rovnoběžných s osou cívky tak ve směrech k ní kolmých. Z grafů vyplynulo, že při běžné pečlivém umístění sondy relativní nejistota v hodnotě měřené indukce nepřekročí 0.5 %. Kalibrace je tedy poměrně přesná.

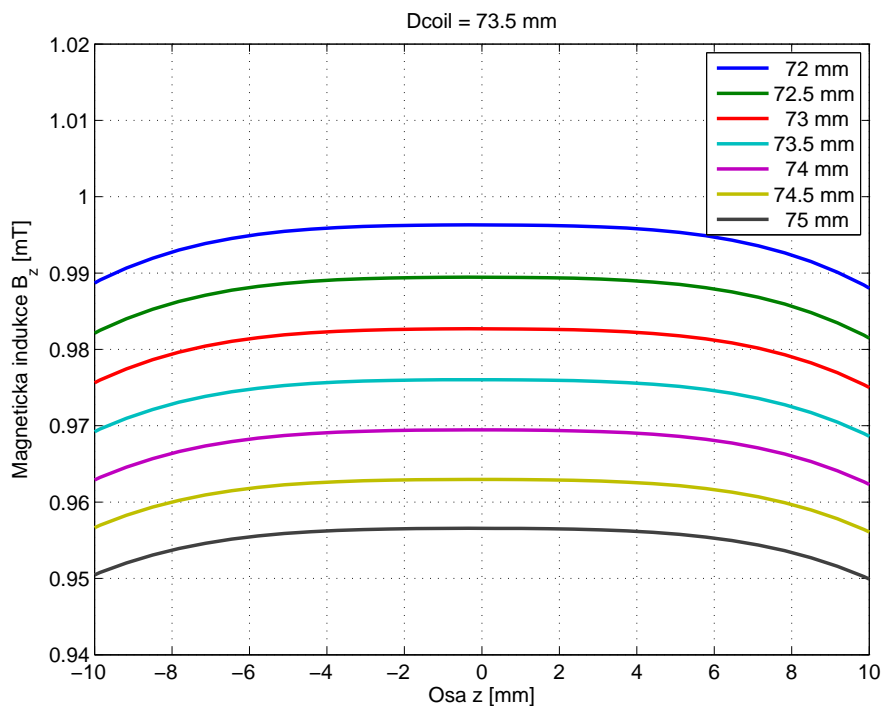
Vedle nahodilé nejistoty způsobené nepřesným umístěním sondy v cívce existují systematické nejistoty vyvolané nepřesnou realizací cívky nebo měření. Mezi tyto nejistoty patří:

1. Nejistota v nastaveném proudu,
2. nejistota průměru cívky,
3. nejistota v průměru drátu,
4. nejistota v počtu závitů.

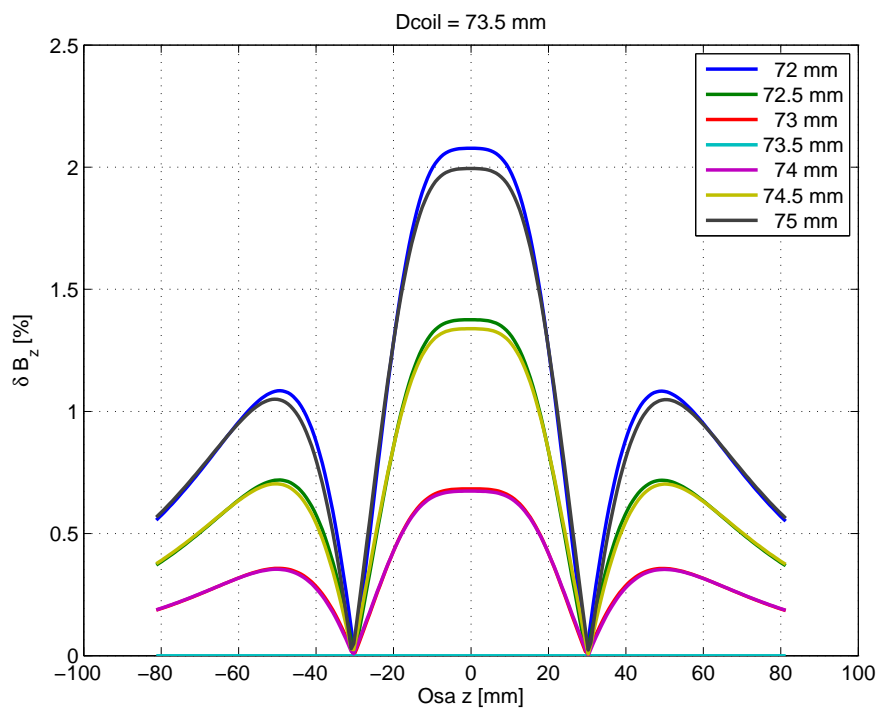
Tyto nejistoty jsme sledovali pomocí programu pro výpočet magnetické indukce. Postupovali jsme tak, že jsme volili malé změny jednoho z parametrů, zatímco ostatní zůstaly na předepsaných hodnotách. Graficky jsme vynášeli parametrické křivky pro průběh magnetické indukce podél válcové osy (osy Z) cívky.

Jako ukázka je prezentována nejistota způsobená odchylkou v průměru cívky. Na obr. C.6 je průběh magnetické indukce na krátkém úseku podél osy cívky. Parametrem je průměr cívky. Na obr. C.7 je relativní nejistota vybuzevané magnetické indukce. Mezi změnou průměru a relativní nejistotou je přibližně lineární závislost s konstantou blízkou jedné. Relativní změna magnetické indukce vyvolaná změnou průměru je tedy přibližně stejná jako relativní hodnota změny průměru. Je tedy důležité zachovat přesnou hodnotu průměru.

Závěrem lze říci, že návrh Helmholtzovy cívky je poměrně snadný. Realizace se zdá také jednoduchá. Ve skutečnosti závisí na přesném dodržení předepsaných parametrů, jinak se magnetická indukce uprostřed cívky může lišit od předpokládané indukce i o několik procent.



**Obrázek C.6:** Detail závislosti z-ové složky magnetické indukce ve středovém řezu Helmholtzovou cívkou na změně průměru cívk.

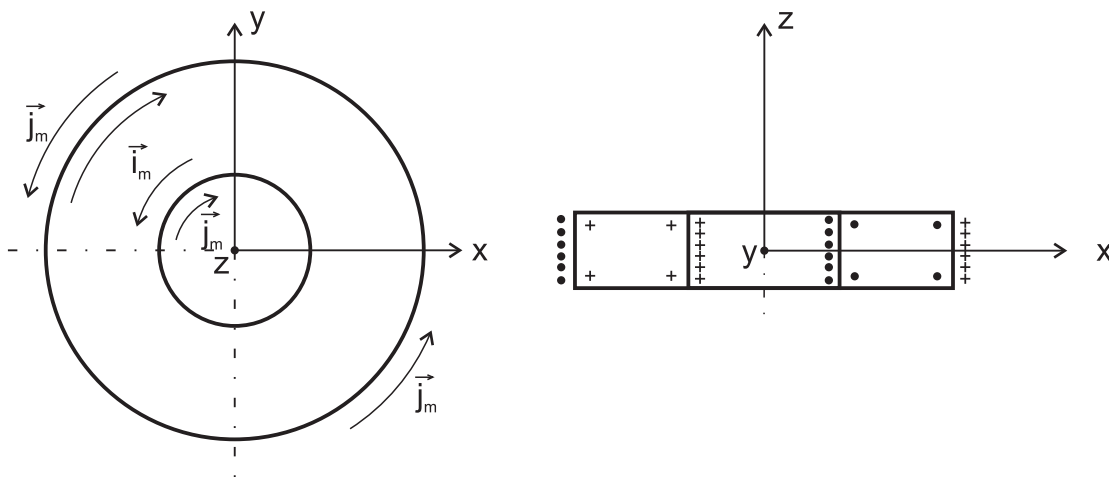


**Obrázek C.7:** Závislost relativní chyby z-ové složky magnetické indukce ve středovém řezu Helmholtzovou cívkou na změně průměru cívk.

## Modely a výpočty

Permanentní magnet má tvar úzkého prstence s vnitřním průměrem 25 mm, vnějším průměrem 70 mm a výškou 4 mm. Magnetická indukce uvnitř magnetu je udána hodnotou 1.2 T, a to podle technického listu výrobce. Jedná se o jedinný známý materiálový parametr.

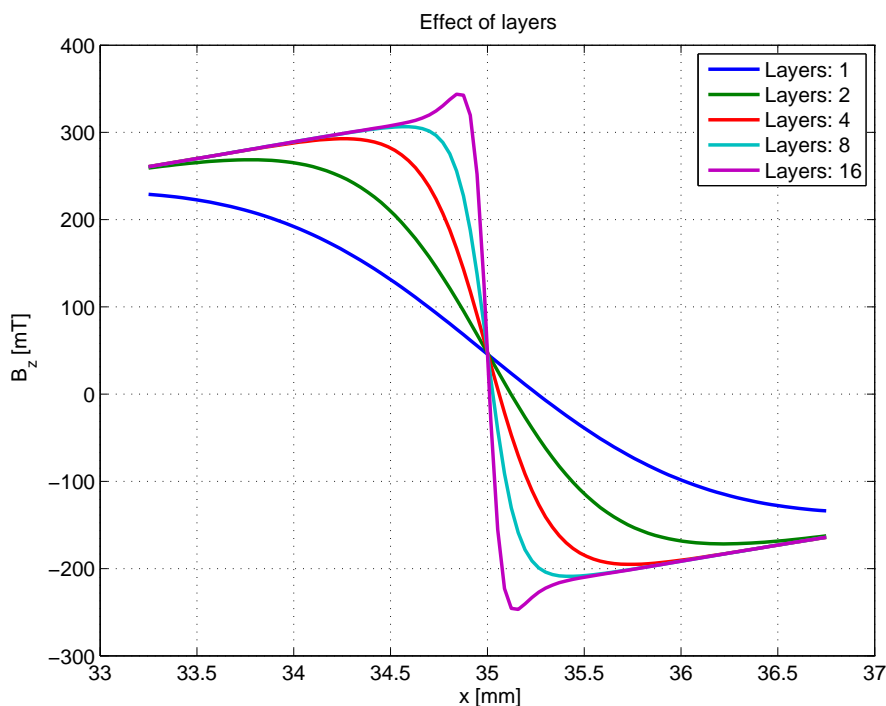
Nejjednodušší model předpokládá homogenní magnetizaci, pak neexistují žádné vázané objemové proudy a homogenní povrchové vázané proudy, jejichž celková hodnota je dosti vysoká, 4 kA. Povrchové proudy jsou na složitějším modelu na obr. D.1 označeny symbolem  $\vec{j}_m$ . Ve skutečnosti je magnetizace nehomogenní přinejmenším v oblastech okolo hran magnetu. Tato nehomogenost je modelována pomocí objemových vázaných proudů. Přesnější model je naznačen na obr. D.1.



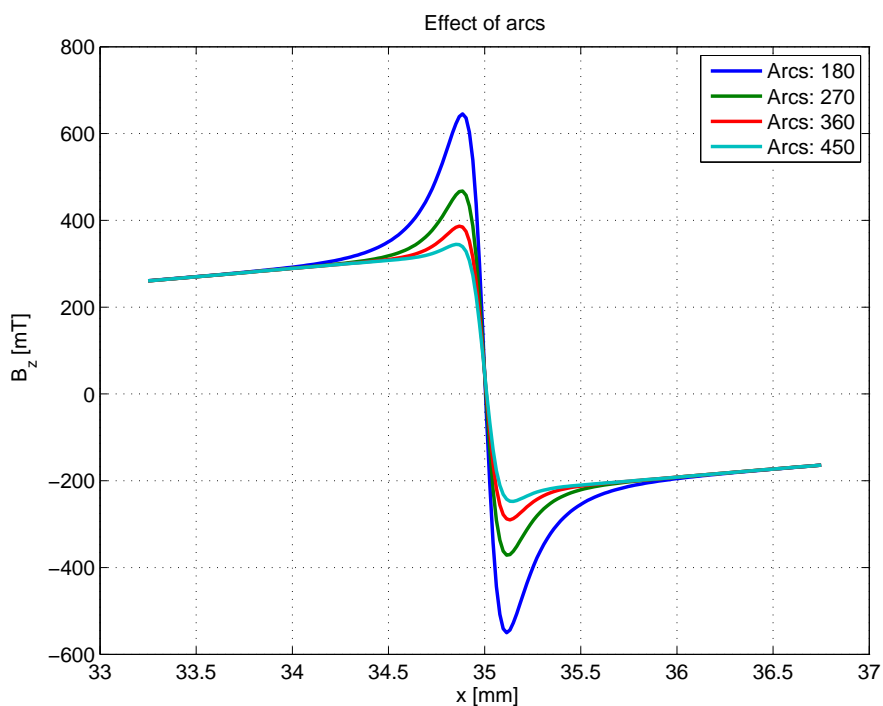
Obrázek D.1: Model vázaných povrchových a objemových proudů.

Všechny skripty byly připraveny v systému MATLAB, který je určen právě pro technické výpočty tohoto typu. Prvním krokem při praktickém testování skriptů byla volba integračního kroku. Uvažovali jsme dvojnásobně se zvyšující počet vrstev, tj. 1, 2, 4, 8 a 16 vrstev. Pro počet úhlových oblouků jsme volili tyto lineárně zvyšující se hodnoty: 180, 270, 360 a 450. Vliv počtu vrstev se výrazně projeví jen v širším okolí obou hran vzorku, viz obr. D.2 pro z-ovou složku magnetické indukce. S růstem počtu vrstev se vypočtená hodnota výrazně zvyšuje. V těsné blízkosti vzorku nabývá magnetická indukce v okolí hran poměrně vysoké hodnoty.

Vliv počtu úhlových oblouků se projeví rovněž jen ve velmi blízkém okolí hrany vzorku. Detaily pro toto okolí jsou na obr. D.3 pro z-ovou složku magnetické indukce. Na rozdíl od vlivu vrstev však rostoucí počet oblouků vede ke snižování vypočtené hodnoty magnetické indukce.



**Obrázek D.2:** Detail vlivu počtu integračních vrstev na z-ovou složku magnetické indukce pro maximální počet oblouků (450).



**Obrázek D.3:** Detail vlivu počtu úhlových oblouků jako parametru na z-ovou složku magnetické indukce.

Vysvětlení problémů s numerickou integrací v okolí hran vzorku je podáno v práci, kde je rovněž mj. diskutován vliv konečných rozměrů Hallovy sondy.

---

# Výsledky

V této části jsou plně využitelné praktické výsledky založené na pečlivém experimentu a ověření teorií, či naopak. Pak jsou zde některé nedostatečně ověřené teoretické výsledky. Do první skupiny patří ověření přesnosti měření, vyšetření homogenity dodaných vzorků a ověření navrženého numerického modelu. Do druhé skupiny patří zjištění odpudivé magnetické síly, magnetické měření vzdálenosti mezi magnety a simulace dynamického experimentu.

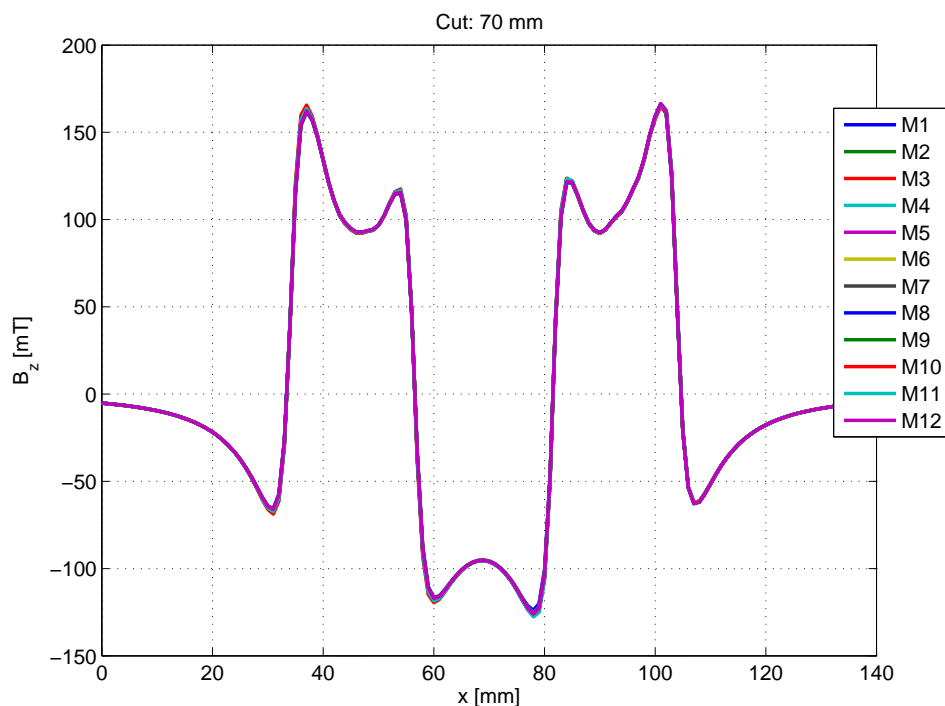
## E.1 Praktické výsledky

Měřicí aparatura je komplikovaná do té míry, že je obtížné správně a přesně změřit její nejistotu. Aby bylo možné získat nějaké kvalitativní informace o přesnosti měření, byla zjištěna opakovatelnost měření na základě 12-ti identických měření jednoho náhodně vybraného vzorku. Souřadná soustava byla volena tak, že osa Z splývala s válcovou osou, osa X (a Y) měla směr poloměru. Pro x-ovou a z-ovou složku magnetické indukce grafické výsledky splývaly, viz obr. E.1 pro z-ovou složku. Pro malou y-ovou složku, která měla být z důvodů symetrie nulová, byly zjištěny viditelné odchylky.

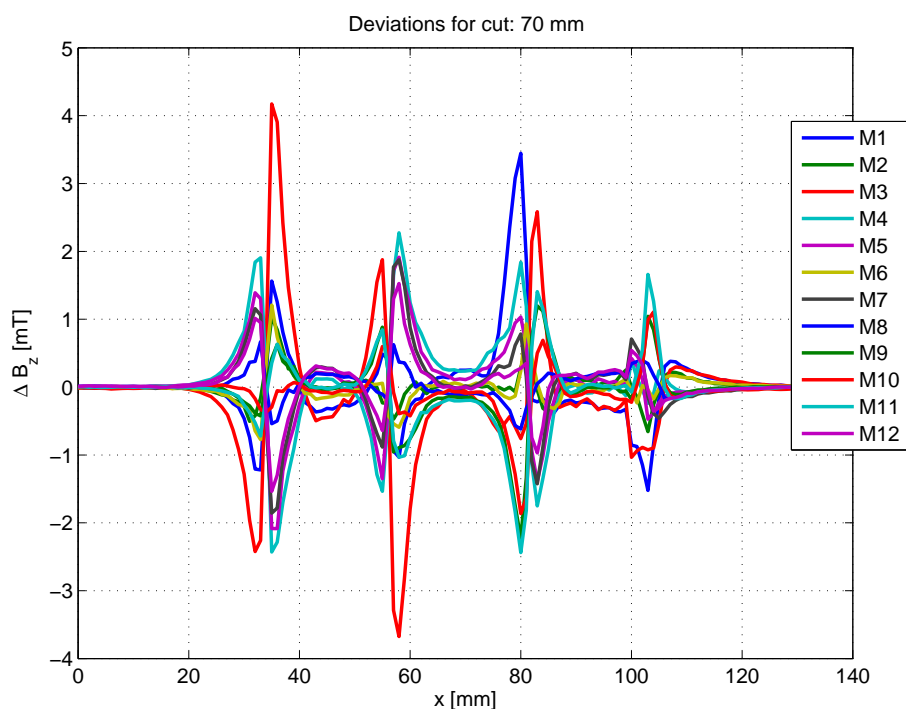
Přestože se jeví výsledky všech opakovaných měření stejné, byly spočteny jejich odchylky, aby bylo možné identifikovat oblasti, v nichž dochází k největší nejistotě měření. Odchylky pro z-ovou složku magnetické indukce jsou zobrazeny na obr. E.2. Rozdíly jsou největší na hranách vzorku, kde z-ová složka mění svou polaritu a z toho důvodu má v okolí hrany malou hodnotu. Odchylky pro x-ovou složku magnetické indukce mají podobný charakter. Maxima se opět vyskytují v těsném okolí hran, kde vektor indukce mění své znaménko.

Všechny odchylky jsou shrnuty v tab. E.1. Jedná se o relativní odchylky s ohledem na stanovenou absolutní hodnotu složky v daném bodě. Střední odchylky pro hlavní složky indukce  $B_x$  a  $B_z$  jsou velmi malé. Maximální odchylky jsou přibližně o řád vyšší pro x-ovou a z-ovou složku. To je způsobeno malými hodnotami indukce v bodech, kde dochází ke změně znaménka, takových bodů je však pouze několik. Proto je opakovatelnost měření aparatury vysoká, nejistota je v průměru menší než 0.5 %.

Ideální magnet daného tvaru by měl vykazovat osovou symetrii. To znamená, že grafické výsledky pro jednotlivé průměry by měly být prakticky identické. Dále by měly být hodnoty indukce na soustředných kružnicích prakticky téměř shodné. Aby bylo možné ověřit tento předpoklad, bylo provedeno na čtyřech náhodně vybraných vzorcích po dvanácti měřeních. Z těchto dvanácti měření byla spočtena průměrná hodnota, která pak byla použita jako výsledek měření. Tím jsme se snažili minimalizovat nejistotu měření aparatury, která je ostatně nízká. Pomocí interpolace byly nalezeny hodnoty indukce ve vybraných průměrech a kružnicích.



**Obrázek E.1:** Měření opakovatelnosti z-ové složky magnetické indukce pro střední řez č.70.



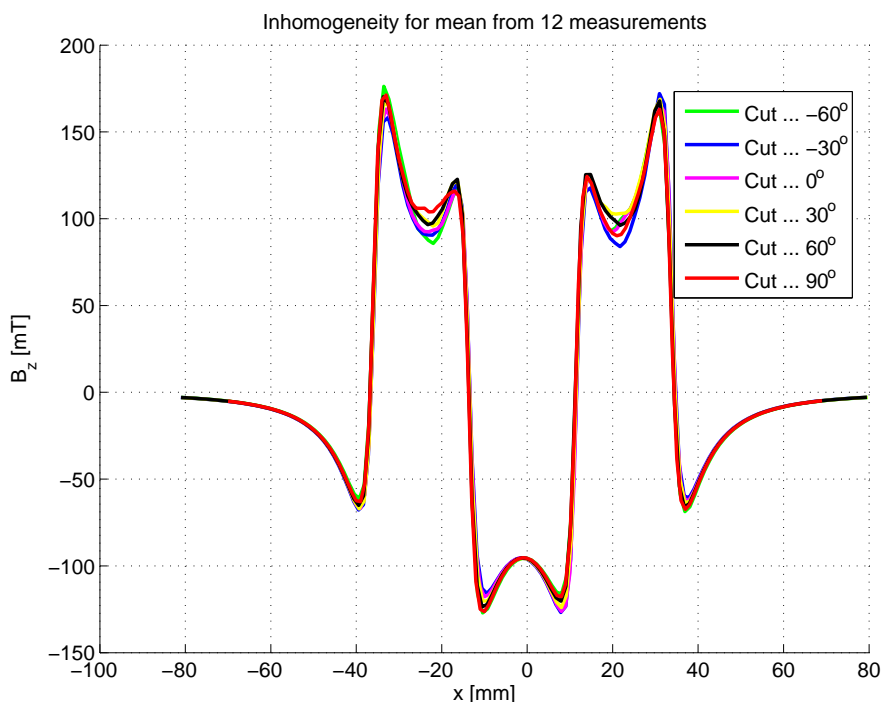
**Obrázek E.2:** Spočtené odchylky z opakovaných měření pro z-ovou složku magnetické indukce na středním řezu č.70.

Na obr. E.3 jsou zobrazeny výsledky pro vybrané průměry. Z charakteristik je na první pohled patrná nehomogenita magnetické indukce, která je podstatně větší než chyby měření. Porovnání homogenity dat na vybrané soustředné kružnici, ode všech vybraných vzorků je vyobrazeno na obr. E.4. Poloměr soustředné kružnice byl zvolen jako  $R = 2.24r_1 = 0.8r_2$ , kde  $r_1$  je vnitřní poloměr a  $r_2$  je vnější poloměr vzorku. Na vodorovné ose je vyneseno úhel ve stupních.



**Tabulka E.1:** Relativní odchylky opakovaných měření

Složka	Maximální odchylka (%)	Střední odchylka (%)
$B_x$	1.3	0.27
$B_y$	5.3	2.50
$B_z$	2.5	0.37

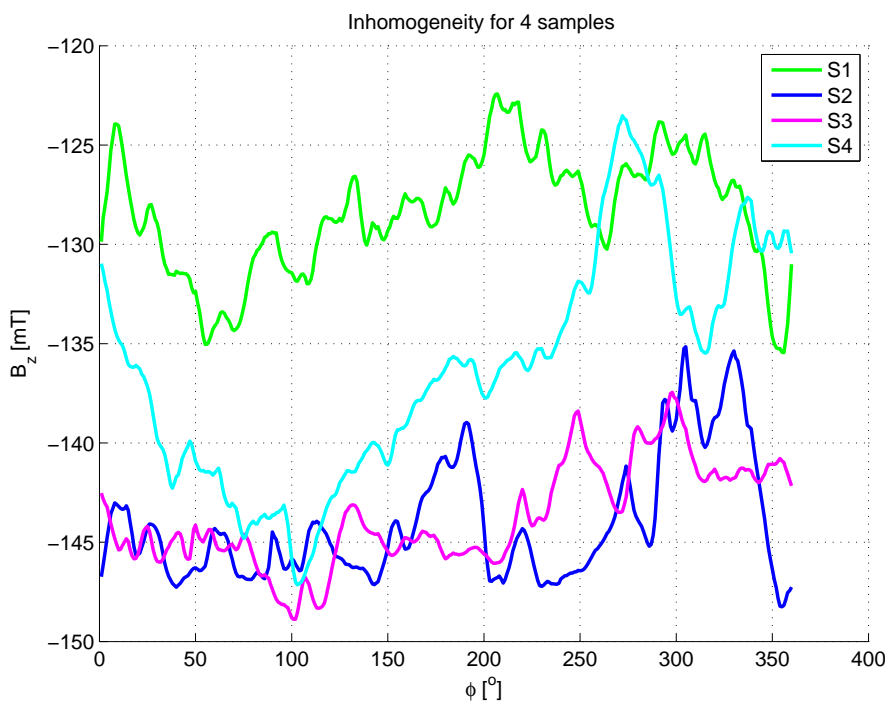
**Obrázek E.3:** Nehomogenita zvoleného vzorku na základě 12-ti opakovaných měření.

Magnetické pole permanentního magnetu bylo modelováno pomocí metody vázaných proudů. Pomocí tohoto modelu jsme se snažili simulovat nepřesnosti experimentu s cílem vysvětlit některé neočekávané jevy v naměřených datech. Detaily jsou v práci, zde se omezíme na několik příkladů porovnání teoretických výpočtů s experimentem. Pro nejjednodušší model vázaných povrchových proudů bylo dosaženo poměrně dobré shody pro x-ovou složku magnetické indukce. Pro z-ovou složku jsou již mezi modelem a experimentem mírné odchylky, viz obr. E.5.

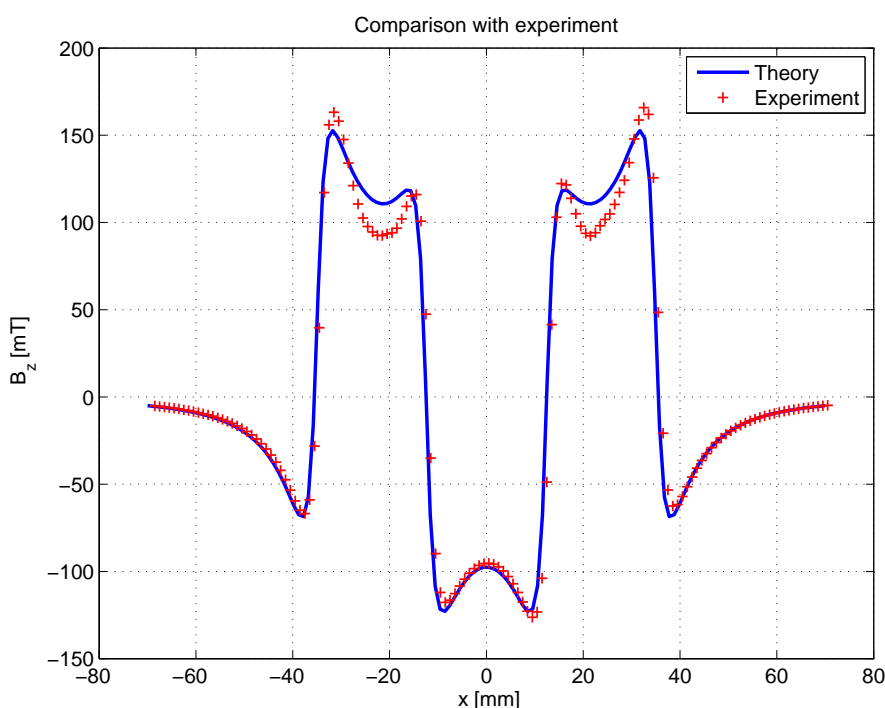
Příčina odchylek je v předpokladu, že magnetizace je homogenní v celém objemu permanentního magnetu a tudíž existují pouze povrchové vázané proudy. Aby bylo možné vzít v úvahu nehomogenity magnetizace, je potřeba započítat i malé objemové proudy. Ty tečou proti povrchovým proudům a jsou znázorněny na obr. D.1. Příklad porovnání výsledků z modelu, který zahrnuje jak objemové, tak povrchové vázané proudy s experimentem, je např. na obr. E.6. Aby bylo možné vidět zlepšení v důsledku zavedených objemových proudů, je v grafu ponechána charakteristika pro model povrchových proudů.

## E.2 Teoretické výsledky

Hlavní aplikací modelů je zjistit odpudivou sílu mezi magnety, které lze využít jako brzdící síly. Z praxe i z teorie je zřejmé, že odpudivá síla mezi magnety není stabilním stavem. V případě prstencových magnetů kromě odpudivé síly ve směru osy válcové symetrie bude

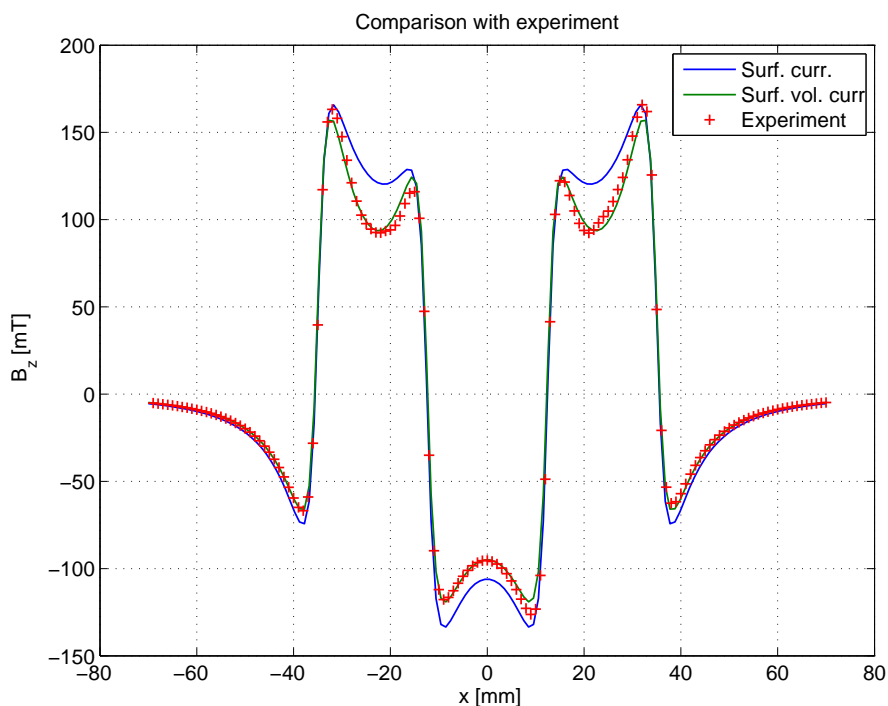


Obrázek E.4: Magnetická indukce na zvolené soustředné kružnici pro vybrané vzorky.



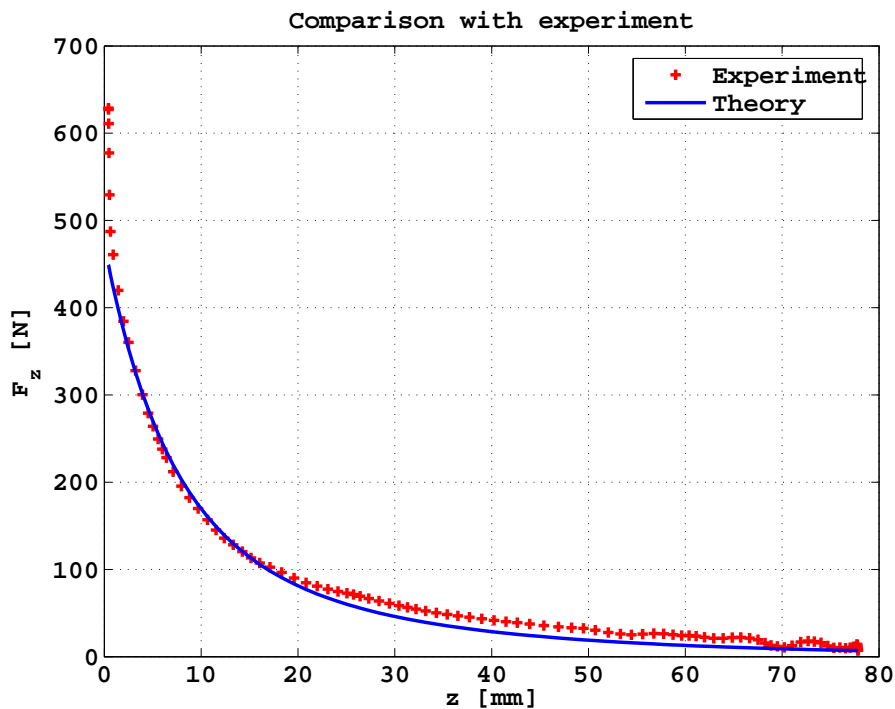
Obrázek E.5: Porovnání modelu povrchových vázaných proudů a experimentu pro z-ovou složku magnetické indukce  $B_z$ .

na volný magnet působit radiální síla snažící se magnet posunout z osové polohy. Dále působí momenty snažící se magnet otočit tak, aby byl přitažen k pevnému magnetu. Jedná se o labilní rovnováhu, v případě ideálních magnetů platí, že volný magnet bude odpuzován jen v případě přesného sousedního umístění, což je v praxi nemožné zajistit. Skutečnost, že se jedná o labilní rovnováhu, se v simulaci respektovala tím, že se zavedl malý posuv os obou magnetů o 0.3 mm a to ve směru osy X. Válcové osy byly i nadále rovnoběžné.

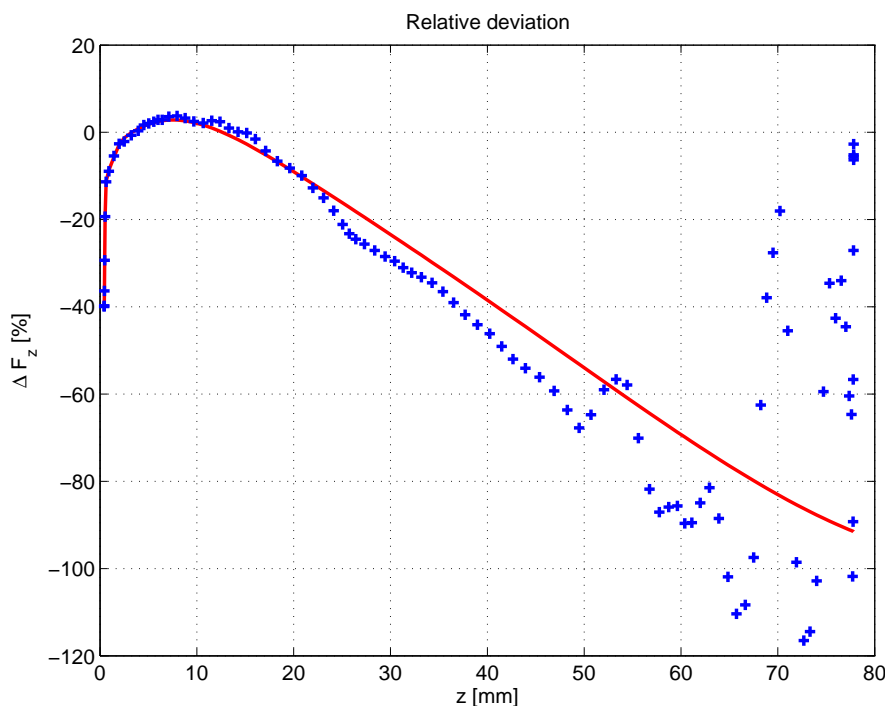


**Obrázek E.6:** Porovnání modelu s oběma typy vázaných proudů s experimentem pro z-ovou složku magnetické indukce  $B_z$ .

S ohledem na výpočetní náročnost byla provedena určitá zjednodušení výpočtu. Méně přesný (pro malé vzdálenosti mezi magnety) byl model liniových proudů, přesnější byl model silové hustoty, podrobnosti jsou v práci. Porovnání mezi modelem liniových proudů a experimentem je na obr. E.1.



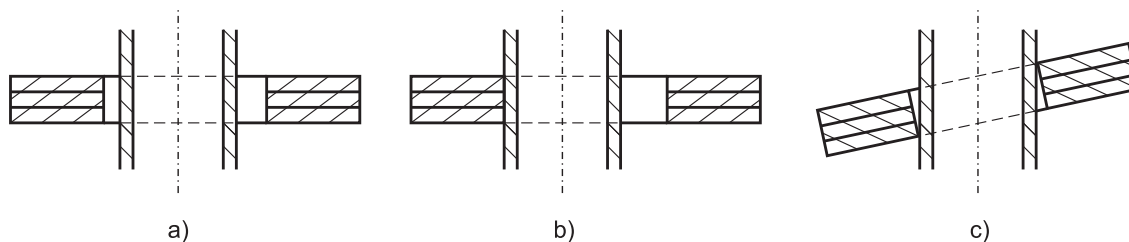
**Obrázek E.1:** Porovnání teorie s aproximující experimentální křivkou pro metodu liniových proudů.



**Obrázek E.2:** Relativní odchylky pro metodu liniových proudů.

Relativní odchylky vypočtené jak pro body, tak pro polynom aproximující experimentální body jsou na obr. E.2. Ve vzdálenosti větší než asi 60 mm, kde je již odpudivá síla relativně malá, je zřejmý velký rozptyl jednotlivých experimentálních bodů, což ukazuje na nízkou přesnost experimentu v oblasti malých sil. Zde je již nutno použít aproximujícího polynomu, aby bylo možné získat kvantitativní výsledky. Když pomíneme malé vzdálenosti, relativní odchylky mezi teorií a experimentem se v absolutní hodnotě systematicky zvyšují s rostoucí vzdáleností. Vysvětlení je v tom, že se síla měří zhruba se stejnou absolutní nejistotou. Pokud měřená síla systematicky klesá (s rostoucí vzdáleností), relativní nejistota jejího měření se systematicky zvyšuje.

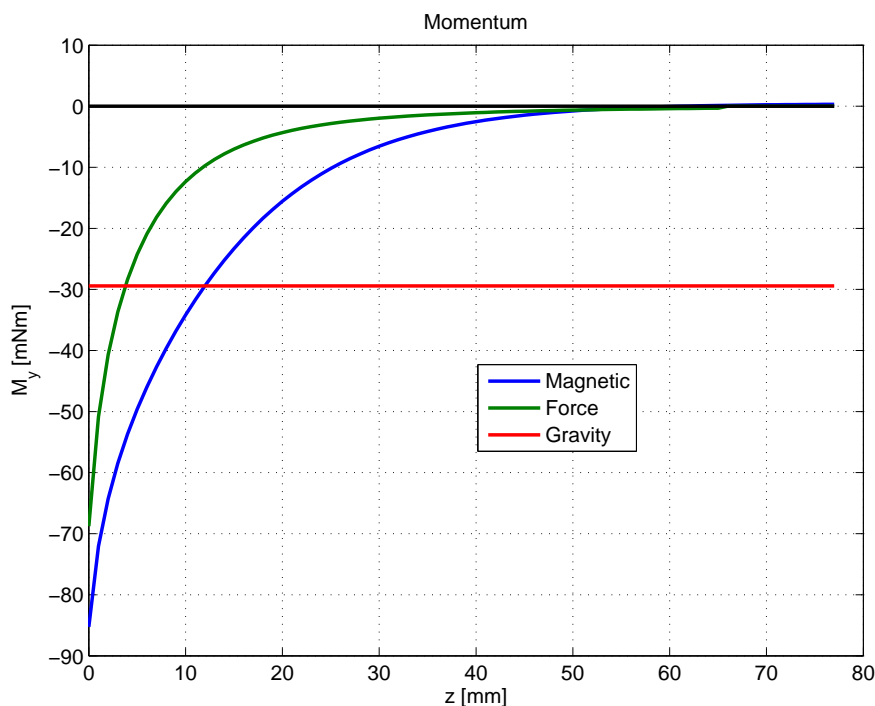
V praktické realizaci je volný magnet vždy mírně vybočen z osové polohy, viz obr. E.3a. Na magnet působí kromě žádané odpudivé síly ještě parazitní radiální síla a parazitní



**Obrázek E.3:** Parazitní silové působení na volný magnet.

moment. Pokud by působila jen radiální síla, pohyblivý magnet se bude dotýkat vodicí tyče podél celé své výšky podle obr. E.3b. Pokud by působil jen parazitní moment, pohyblivý magnet se vodicí tyče dotýká jen ve dvou krajních bodech podle obr. E.3c. Výpočty umožní rozhodnout, který případ nastane.

Moment radiální síly působí proti magnetickému momentu  $M_y$ . Porovnání obou momentů je na obr. E.4. Parazitní magnetický moment  $M_y$  je označen jako „Magnetic“, zatímco moment parazitní radiální síly nese označení „Force“. Je vždy menší než magnetický moment, takže pohyblivý magnet bude v poloze podle obr. E.3c. Dolní bod bude ve styku



Obrázek E.4: Vypočtené parazitní a gravitační momenty.

s vodicí tyčí, horní bude od ní maximálně oddálen.

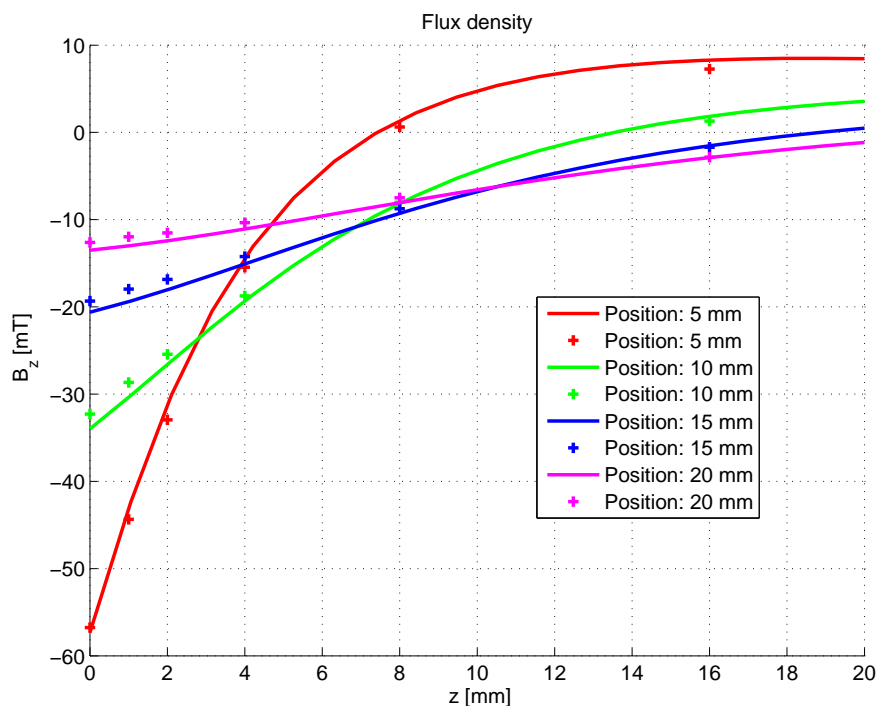
Složky magnetického pole jsou funkcemi jak radiální souřadnice, která je označena jako  $x$  v kartézské soustavě souřadnic, tak axiální souřadnice  $z$ . Tato souřadnice se však současně používá pro měření vzdálenosti mezi magnety. Naskýtá se tedy otázka, zda je možné použít hodnot složek magnetické indukce k určení vzdálenosti mezi magnety.

Z hlediska teorie a výpočtu jde jen o zjištění závislosti složek magnetické indukce na souřadnici  $z$  na úsečkách rovnoběžných s axiální osou. Experimentální ověření této možnosti je nepřímé a pouze částečné. Podrobně bylo měřeno pole v rovinách kolmých k válcové ose. Tyto roviny se však volily jen v několika vzdálenostech od magnetu: 0, 1, 2, 4, 8 a 16 mm. Je tedy k dispozici jen málo experimentálních bodů. Ty jsou s teoretickým průběhem porovnány na obr. E.5. Pevný magnet je umístěn tak, aby jeho vrchní plocha byla v rovině  $z = 0$ . Parametrem křivek je vodorovná vzdálenost  $d$  od vnějšího okraje magnetu, viz obr. E.6. Shoda s experimentem je dobrá pro celou křivku, která popisuje  $z$ -ovou složku pro nejbližší vzdálenost od magnetu, 5 mm. U křivek pro větší vzdálenosti se u malých souřadnic  $z$  objevují systematické odchylky, které mohou nabývat relativně velkých hodnot.

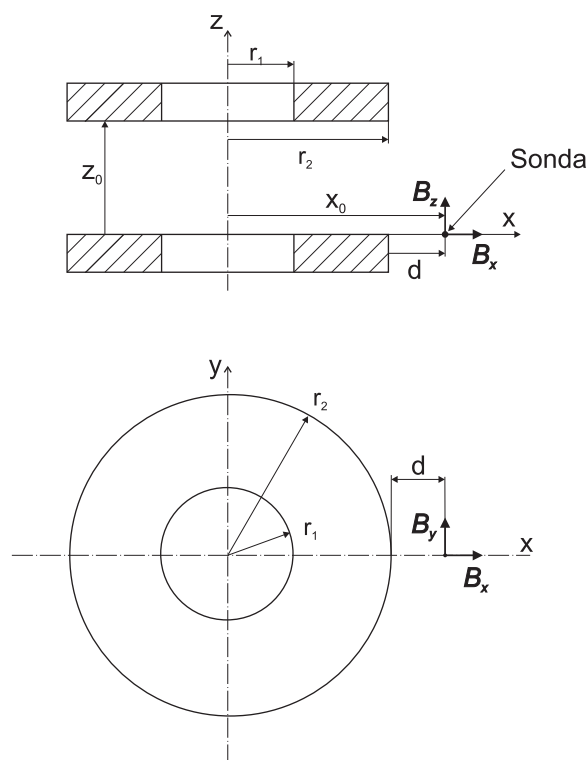
Základní uspořádání experimentu je na obr. E.6. Souřadná soustava je pevně spojena s dolním magnetem. Osa  $X$  je v horní rovině dolního magnetu, osa  $Z$  splývá s osou symetrie soustavy. Poněvadž soustava má válcovou symetrii, není nutno blíže specifikovat osu  $X$  a osa  $Y$  je zbytečná. Magnety jsou válcové s poloměry  $r_1$  a  $r_2$ . Sonda je ve vodorovné vzdálenosti  $d$  od vnější hrany dolního magnetu a tudíž ve vzdálenosti  $x = r_2 + d$  od počátku souřadné soustavy. Sondu předpokládáme bodovou a trojrozměrnou. Měří obě složky magnetické indukce,  $B_x$  a  $B_z$ . Složka  $B_y$  je z důvodu válcové symetrie teoreticky nulová.

Výpočty ukázaly, že žádný z průběhů obou složek magnetické indukce není monotonní, a proto nelze použít k měření vzdálenosti mezi magnety v plném vyšetřovaném rozsahu. Ukázalo se však, že lze použít rozdíl obou složek a  $z$ -ové složky, jejichž průběh je na obr. E.7 pro vzdálenost sondy 15 mm od vnějšího okraje pevného magnetu.

Vyhodnocení měření je velmi jednoduché. Zjistí se rozdíl  $B_z - B_x$ . Pokud je tento rozdíl záporný, použije se k určení vzdálenosti mezi magnety ryze monotonní složka  $B_z$ . Pro ne-



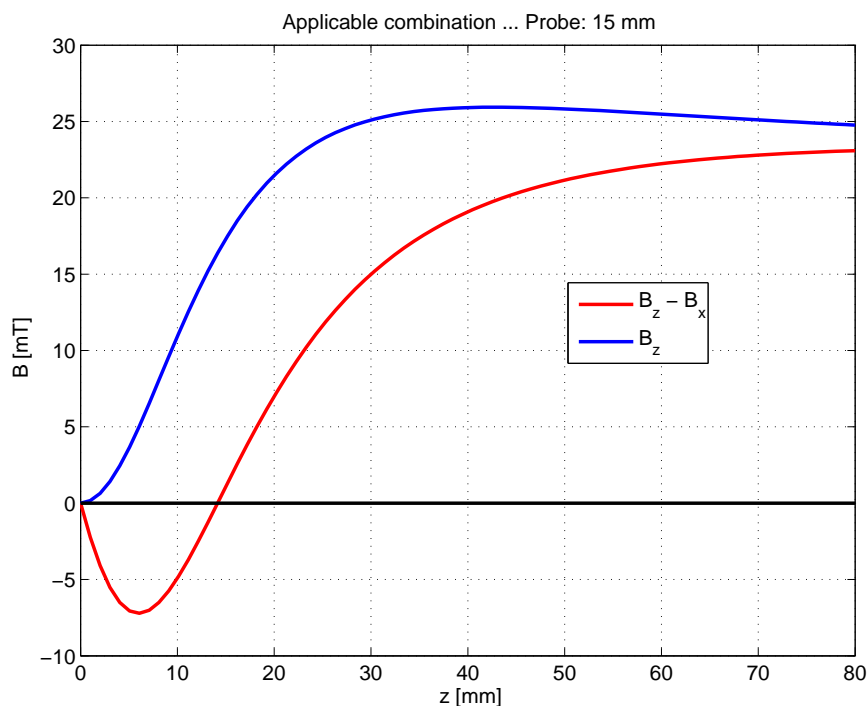
**Obrázek E.5:** Průběh z-ové složky magnetické indukce podél axiální osy – porovnání s experimentem.



**Obrázek E.6:** Uvažované geometrické uspořádání.

záporné hodnoty tohoto rozdílu se vzdálenost určí z něho, poněvadž jeho průběh je ryze monotónní.

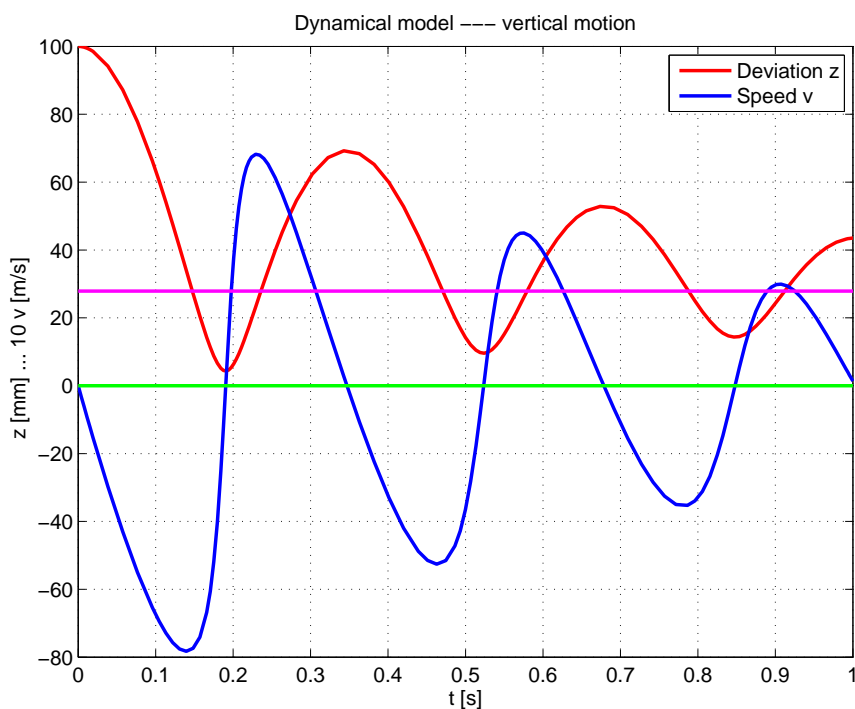
Zařízení určené k měření vzdálenosti mezi magnety podle obr. E.6 lze použít i pro dynamický experiment. Ten probíhá tak, že se těleso spojené s horním magnetem spustí z určité výšky s nulovou počáteční rychlostí. Působením opačně orientované gravitační a magnetické



**Obrázek E.7:** Závislost rozdílu složek a složky  $B_z$  na vzdálenosti mezi magnety pro sondu ve střední poloze od pevného magnetu.

síly bude těleso kmitat kolem rovnovážné polohy. V důsledku tření budou tyto kmity tlumené. Hallovými sondami lze snímat polohu tělesa a ověřit tak shodu modelu (a na něm připraveného návrhu) se skutečností.

U vertikálního pohybu se předpokládá, že magnet s přidavnou hmotností byl spuštěn ze zvolené výšky s nulovou počáteční rychlostí. Průběhy v blízkosti počátku děje jsou zobrazeny na obr. E.8. Je uvedena jak poloha těžiště tělesa, tak jeho rychlost. Z detailního průběhu

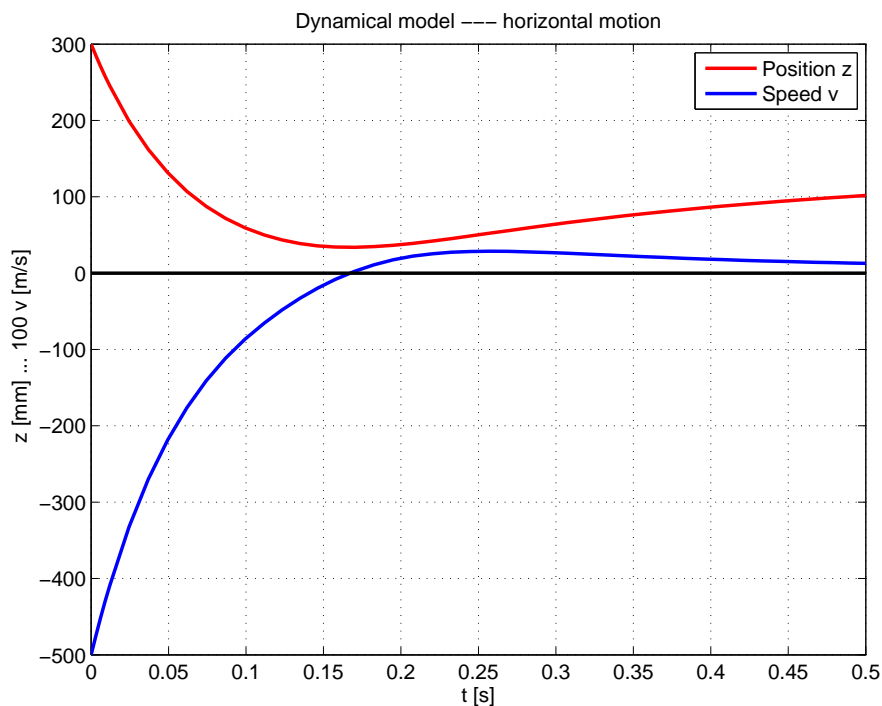


**Obrázek E.8:** Průběh svislého pohybu v počáteční fázi.

na obr. E.8 vyplývá, že počáteční podmínky jsou splněny. Jak se dalo předpokládat, pohyb je kmitavý tlumený. Po době asi 5 s se utlumí a těžiště bude ve vzdálenosti asi 30 mm nad pevným magnetem.

Vztah mezi odchylkou a rychlostí je rovněž kvalitativně splněn. Při krajní výchylce je rychlost nulová. Pokud těžiště tělesa prochází rovnovážnou (ustálenou) polohou, která je na grafu vyznačena, je rychlost maximální.

U horizontálního pohybu se předpokládá, že magnet s přídatnou hmotností byl vržen se zvolenou rychlostí ve zvolené poloze proti pevnému magnetu. Průběh v zásadě odpovídá



**Obrázek E.9:** Průběh vodorovného pohybu v počáteční fázi.

fyzikální i praktické představě. Pohyblivý magnet se přibližuje k pevnému, pak se zastaví a oddaluje. Minimální vzdálenost jeho těžiště je asi 30 mm. Rychlost mění znaménko, je nulová v minimální vzdálenosti. Základní fyzikální podmínky tedy výpočet opět splňuje. Rychlost se asymptoticky přibližuje nulové hodnotě. To je důsledek skutečnosti, že se vhodným způsobem nezavedlo statické tření.



---

## Diskuse

V práci dochází k diskusi vždy po uvedení dílčích výsledků, proto zde nyní diskutujeme volbu modelu, realizaci aparatury, dosažené výsledky, shodu s experimentem, atd. V teoretické části jsou uvedeny tři modely permanentního magnetu. V literatuře se dává přednost modelu magnetických nábojů, Aplikace magnetických nábojů je jednoduchá, ale je založena na předpokladu neexistujících částic. Je omezena pouze na permanentní magnety a ne zcela všechny dosažené výsledky plně souhlasí s realitou, např. magnetické siločáry nemohou být uzavřené. V této práci jsme aplikovali model vázaných proudů, který se sice poněkud náročnější ale také univerzální. Lze jej použít na všechny technické aplikace, nejen na permanentní magnety. Pro úplnost jsme zkoumali i model elementárních magnetických dipólů a ukázali, že dojdeme k témuž průběhu magnetické indukce, ovšem za cenu podstatně delší výpočetní doby.

Hlavním praktickým výsledkem je realizace aparatury pro automatizované měření magnetické indukce na rovinné ploše, tedy dvourozměrné měření. Aparatura je mechatronický systém, obsahuje mechanickou, elektronickou a řídicí část. Pro mechanickou část jsme zjistili absolutní nejistotu nastavení polohy asi  $40 \mu\text{m}$ , což je poměrně vysoká přesnost. Hlavním problémem při měření magnetického pole je ale přesné umístění vzorku, což je nutné pro korektní porovnání teoretických výpočtů s experimentem. U elektronické části jsme kromě odhadu chyby provedli též citlivostní analýzu. Za typických podmínek je relativní nejistota měření magnetické indukce kolem 1 %, což je na magnetické měření vysoká přesnost. Citlivostní analýza ukázala, že největší vliv na přesnost měření má okolní teplota.

Model vázaných proudů byl postupně realizován ve dvou úrovních. Jednodušší používá pouze povrchové vázané proudy odvozené ze známých materiálových parametrů a nepotřebuje žádné další umělé parametry. Shoda s experimentem je dobrá až na několik oblastí pro z-ovou složku magnetické indukce. Vyšší úroveň modelu již zahrnuje nehomogenity magnetizace, jež je do modelu započtena pomocí vázaných objemových proudů, které tečou v opačném směru než proudy povrchové. Nejjednodušší předpoklad lineárně klesajících vázaných objemových proudů se ukázal jako dostačující. Pro tento případ ale neexistuje žádný fyzikálně odvoditelný parametr. Ten musí být nalezen až na základě porovnání výsledků experimentu a modelu. Zmiňovaný model vede k dobré shodě s experimentem ve všech možných případech.

Často se používá metoda konečných prvků, která má své nevýhody. Počítá se vektorový potenciál a magnetická indukce se získává numerickou derivací, což je zdrojem chyb. Jsou problémy i s formulací okrajových podmínek, zejména v nekonečnu. Obtížné je i získání přesných kvantitativních výsledků a nelze počítat pole ve zvolených bodech. Také přesnost výpočtu nelze přesně posoudit. Tyto problémy numerická integrace nezná. Nevýhodou numerická integrace je ale výpočetní náročnost. Podrobný výpočet může podle typu vzorku trvat

až několik hodin. Použitím výpočetního clusteru může být nezbytná doba snížena alespoň desítnásobně. Do doby odevzdání práce se nepodařilo uvést výpočetní cluster do chodu.

Dosažené výsledky rozdělujeme do dvou skupin, praktické a teoretické. V praktické skupině výsledků je jak detailní experiment, tak rozsáhlé výpočty a porovnání obou. Sem patří studium reprodukovatelnosti měření, materiálových chyb a zejména porovnání teorie a experimentu. V teoretické části jsou obsaženy rozsáhlé výpočty, ale problém je s experimentem. Buď byl proveden jinde a bez podrobného ověření, nebo jsou hodnoty nepřímé, případně se jej nepodařilo realizovat. Sem patří výpočet odpudivé síly mezi magnety, použití fixní Hallovy sondy k měření vzdálenosti mezi magnety, dynamická aplikace odpudivé síly a možnosti studia demagnetizace.

Ve skupině praktických výsledků byla nejprve zkoumána reprodukovatelnost měření aparatury na základě opakovaných měření za těchto podmínek. Běžně se dosahovalo relativní nejistoty pod 0.5 %, což je na magnetická měření vysoká přesnost. Dále jsme zjistili poměrně velkou nehomogenost magnetizace vzorků, odchylky od symetrie nebo od předpokládaných konstatních hodnot magnetické indukce dosahují téměř 10 %. Na druhou stranu je tato hodnota typická pro magnetické materiály. Změřená odchylka by měla být vzata v úvahu při návrhu mechatronického systému s daným typem magnetů a dále při porovnání teoretických a experimentálních výsledků. Nehomogenitou magnetizace lze také vysvětlit poměrně vysokou neradiální (y-ovou) složku magnetické indukce, která by z důvodů symetrie měla být nulová. Tuto překvapivou okolnost jsme nejprve přikládali některému typu systematické nejistoty experimentu.

Při použití modelu první úrovně (pouze homogenní vázané povrchové proudy) bylo dosaženo dobré shody mezi teorií a experimentem, která by měla postačovat ve většině praktických případů. Pokud model doplníme ještě poměrně jednoduchým průběhem objemových vázaných proudů, je shoda již dobrá. Je nutno jen zdůraznit, že takto dobré shody se dosáhne tím, že model plně respektuje experiment. Např. magnetická indukce se počítá v bodě, kde je střed snímacího elementu Hallovy sondy a ne její okraj měřený v experimentu.

Překvapivě dobrá shoda s experimentem pro přesnější model zahrnující vázané objemové proudy pravděpodobně umožní jeho využití pro hodnověrné výpočty pro prstencové magnety různé geometrie, aniž by bylo nutné experimentální ověření. Pro jiné tvary permanentních magnetů bude ověřovací experiment nutný, poněvadž je nutné nalézt parametry tohoto typu modelu. Pro technické výpočty by však měl postačovat model vázaných povrchových proudů.

Úloha měřit odpuzovací sílu dvou magnetů vycházela z praktického požadavku. Poněvadž výpočet silového a momentového působení je náročný na výpočetní čas, byly použity zjednodušené metody. Nicméně i tak byla dosažena udpokojivá shoda s experimentem, provedeným jinde. Kromě síly byl spočten i moment, který je velmi obtížné měřit. Při realizaci silového působení lze magnetickou indukci měřenou zafixovanou sondou měřit vzdálenost mezi magnety. Rozsáhlé výpočty ukázaly, že je to možné, je však nutno použít dvou složek, tedy vícerozměrnou sondu.

Po teoretické stránce lze práci v této etapě považovat za uzavřenou až na započítání vlivu vířivých proudů v dynamickém experimentu. Z hlediska výpočtů zbývá realizovat cluster. Z hlediska experimentu by se měla realizovat jednoduchá aparatura obsahující svislou nemagnetickou tyč, kolem níž by se pohyboval volný magnet. Druhý magnet by byl upevněn na spodku tyče. Takto by šlo měřit odpuzivou sílu přidáváním nemagnetických břemen na volný magnet. Současně s měřením síly by bylo možné kalibrovat sondy pro měření vzdálenosti. Spuštěním zatíženého magnetu by se realizovalo dynamické měření.

---

## Závěr a zhodnocení

Disertace se pokouší řešit významný praktický problém, který by přinesl výraznou inovaci textilního stroje, pokud by se řešení podařilo aplikovat v předpokládaném rozsahu, jak je v práci naznačeno. V práci se navzájem propojují dostatečně spolehlivý a výstižný teoretický model, numerický výpočet prováděný na výkonném počítači či jejich soustavě a automatizované experimentální ověření modelu a výpočtů. Na jejich základě se pak předpokládá návrh a vývoj zařízení, které by výrazně zvýšilo parametry textilního stroje.

Konkrétně práce řešila technický problém využití silového působení permanentních magnetů k akumulaci kinetické energie, čili ke snadné a spolehlivé realizaci brzdicí síly. Postupovalo se tak, že se nejprve vypočetlo a změřilo magnetické pole magnetů a z něho se pak zjišťovalo silové působení.

Metodický postup je založen na známé praktické zkušenosti, že nejjednodušší modely a řešení přinášejí nejlepší a často neočekávaně dobré výsledky. Proto byl zvolen jednoduchý fyzikální model pro popis magnetického pole permanentního magnetu a souhlas s experimentem je i pro nejjednodušší variantu modelu uspokojivý pro technickou praxi. Při jednoduchém zpřesnění modelu se dosáhne tak dobrého souhlasu s experimentem, že dalšímu zpřesňování brání výrobní nepřesnosti vzorků. V zásadě je možné základní model zpřesnit, a to poloautomatizovaně metodou pokusů a omylů, což moderní počítače umožní poměrně snadno a rychle.

Tím, že je problém převeden na působení proudů ve vakuu, model již velmi snadno umožní výpočet silového působení, čímž bude silové působení magnetů po statické stránce vyřešeno. Poněvadž lze tyč modelovat stejně jednoduchým mechanickým modelem tluměného oscilátoru, lze předpovědět i klíčové dynamické vlastnosti systému. Zavedením oprav či jevů druhého řádu, např. tlumení vířivými proudy, lze model dále zpřesňovat. Simulací jednotlivých variant a experimentální ověření těch, které dávají nejlepší výsledky, lze pak připravit kvalitní návrh nového systému.

V práci jsou tyto nové výsledky:

1. V teoretické části byl navržen model elementárních magnetických dipólů k realizaci modelu magnetu. Správnost modelu byla ověřena výpočtem – dostali jsme tytéž výsledky jako pro model vázaných proudů. S tímto modelem jsme se v literatuře nesetkali. Na tom nic nemění skutečnost, že výpočetně je tento model náročný.
2. Na rozdíl od běžné praxe založené na modelu magnetických nábojů používáme model vázaných proudů. O tomto modelu je v literatuře zmínka, nepodařilo se ale zjistit, zda a v jakém rozsahu se využíval.
3. Podařilo se realizovat aparaturu, která měří prostorové magnetické pole s přesností na technická magnetická měření neobvykle vysokou.

4. Přesnost aparatury umožnila spolehlivé měření nehomogenity magnetizace vzorků. To lze považovat za nový výsledek. Relativní nehomogenita dosahuje poměrně vysoké hodnoty až 10 %, takže je nutné s ní při přesném návrhu zařízení s permanentními magnety počítat.
5. Nejjednodušší model vázaných proudů vedl k technicky dobré shodě s experimentem. U mírně zpřesněného modelu byla shoda překvapivě dobrá. Pro technickou, ale i fyzikální praxi to znamená, že tento model je neprávem opomíjen. Lze očekávat jeho úspěšné použití i v dalších obdobných aplikacích.
6. Výsledkem modelů a výpočtů je kompletní silové působení. Dosáhli jsme technicky dobrého souhlasu mezi vypočtenou a měřenou odpudivou silou. Lze tedy očekávat, že i ostatní experimentálně neověřené výsledky, zejména momenty, budou v pořádku. Tyto nové praktické výsledky lze bezprostředně použít při důkladné analýze navrhovaného zařízení.
7. Za nový výsledek lze považovat i komplexní podklady pro návrh senzoru (sestavujícího ze dvou Hallových sond pro měření dvou složek magnetické indukce), který zajistí měření vzdálenosti mezi na sebe působícími magnety.

Dílejší publikované výsledky zaznamenaly tyto ohlasy:

1. Ukázky dosažených výsledků na realizované měřicí aparatuře zaujaly i průmyslovou sféru, která si zadala zakázku na měření polí biomagnetických textilií. Volně dostupné výsledky těchto měření lze nalézt např. v publikaci [A28].
2. Příspěvek, viz [A28] byl přednesen na mezinárodní konferenci STRUTEX2002, kde zaznamenal pozitivní ohlasy.
3. Příspěvek, viz [A9] přednesený na AMTEE2007 byl doporučen k publikaci v časopise Acta Technica, kde byl po podstatném rozšíření nakonec i publikován, viz [A7].
4. Příspěvek, viz [A1] přednesený na AMTEE2009 byl doporučen k publikaci v časopise Acta Technica.
5. Příspěvek, viz [A2] přednesený na konferenci MEASUREMENT 09 byl doporučen k publikaci v časopise Measurement Science Review.

Ze záměrů, které se nepodařilo realizovat, uvádíme zanedbání vlivu vířivých proudů v dynamickém modelu (teoretická oblast). V experimentální části se nepodařilo z časových a pak i finančních důvodů realizovat poměrně jednoduchý experiment, který by současně umožnil relativně přesné a jednoduché měření odpudivé síly, kalibraci senzoru pro měření polohy pohyblivého magnetu a ověření dynamického modelu.



---

# Literatura

- [1] HAŇKA, Ladislav. *Teorie elektromagnetického pole*, SNTL, Praha, 1975.
- [2] SEDLÁK, B.; ŠTOLL, I. *Elektřina a magnetismus*, Academia, Praha, 2002. ISBN 80-200-1004-1.
- [3] GUPTA, R.; YOSHINO, T.; SAITO, Y.. *Finite Element Solution of Permanent Magnetic Field*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 26, No. 2, March 1990. s. 383-386, 1990. ISSN 0018-9464.
- [4] FURLANI, E. P.. *Formulas for the Force and torque of Axial Couplings*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, No. 5, September 1993. s. 2295-2301, 1993. ISSN 0018-9464.
- [5] FURLANI, E. P.; WANG, R.; KUSNADI, H.. *A three dimensional Model for Computing the Torque of Radial Couplings*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 31, No. 5, September 1995, s. 2522-2526, 1995. ISSN 0018-9464.
- [6] PENG, Q. L.; McCURRY S. M.; COLEY J. M. D.. *Axial Magnetic field produced by axially and radially magnetized permanent rings*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 268, s. 165-169, 2004. ISSN 0304-8853.
- [7] REN, Z.; RAZEK, A.. *Permanent magnet modelling by edge element and facet element (Discussion on the force distribution in permanent magnet)*. Second International Conference on Computation in Electromagnetics, 12-14 Apr 1994 s. 154-157, 2001. ISBN 0-85296-609-1.
- [8] CHAVANNE, J.; MEUNIER, G.; SABONNADIÈRE, J. C.. *Non linear permanent magnets modelling with the finite element method*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 25, No. 5, September 1989. s. 3581-3583, 1989. ISSN 0018-9464.
- [9] OVERSHOTT, K. J.. *The comparison of the pull-out torque of permanent magnet couplings predicted theoretically with experimental measurements*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 25, No. 5, September 1989. s. 3913-3915, 1989. ISSN 0018-9464.
- [10] AKOUN, G.; YONNET, J. P.. *3D analytical calculation of the forces exerted between two cuboidal magnets*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 20, No. 5, September 1989. s. 3913-3915, 1984. ISSN 0018-9464.
- [11] YONNET, J. P.; HEMMERLIN, S.; RULLIERE, E.; LEMARQUAND, G.. *Analytical calculation of permanent magnet couplings*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, No. 6, November 1993. s. 2932-2934, 1993. ISSN 0018-9464.

- [12] CHARPENTIER, J. F.; LEMARQUAND, G.. *Optimal design of cylindrical air-gap synchronous permanent magnet couplings*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, No. 2, March 1999. s. 1037-1046, 1999. ISSN 0018-9464.
- [13] LEMARQUAND, V.; CHARPENTIER, J. F.; LEMARQUAND, G.. *Nonsinusoidal torque of permanent-magnet couplings*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, No. 5, September 1999. s. 4200-4205, 1999. ISSN 0018-9464.
- [14] ZHU, Z. Q.; XIA, Z. P.; ATALLAH, K.; JEWELL, G. W.; HOWE, D.. *Novel permanent magnet machines using Hlabach cylinders*. The Third International Power Electronics and Motion Control Conference, 2000. Proceedings. IPEMC 2000, 15-18 August 2000. s. 903-908, ISBN 7-80003-464-X.
- [15] YONNET, J. P.. *A new type of permanent magnet coupling*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 17, No. 6, November 1981. s. 2991-2993, 1981. ISSN 0018-9464.
- [16] MUKHOPHADHYAY, S. C.; OHJI, T.; IWAHARA, M.; YAMADA, S.. *Design, analysis and control of a new repulsive-type magnetic bearing system*. IEE Proceedings of Electric Power Applications, Vol. 146, January 1999. s. 33-40, 1999. ISSN 1350-2352.
- [17] KNOTH, E. A.. *Magnetic repulsive bearings for turbine engines*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 6, November 1988. s. 3141-3143, 1988. ISSN 0018-9464.
- [18] MUKHOPHADHYAY, S. C.; OHJI, T.; IWAHARA, M.; YAMADA, S.; MATSUMURA, F.. *A new repulsive type magnetic bearing - modeling and control*. International Conference on Power Electronics and Drive Systems, Vol. 1, 26-29 May 1997. s. 12-18, 1997. ISBN 0-7803-3773-5.
- [19] ANDRESON, T.. *Design of a Helmholtz coil for susceptibility testing using variational calculus and experimental verification*. IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2nd-6th August 1999, Seattle, WA. vol. 2, p. 601-604, 1999. ISBN 0-7803-5057-X.
- [20] BRONAUGH, E.L.. *Helmholtz coils for calibration of probes and sensors: limits of magnetic field accuracy and uniformity*. IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 14th-18th August 1995, Atlanta, GA. p. 72-76, 1995. ISBN 0-7803-2573-7.
- [21] FRIX, W. M.; KARADY, G. G.; VENTETZ, B. A.. *Comparison of calibration systems for magnetic field measurement equipment*. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 9, issue 1, p. 100-108, January 1994. ISSN 0885-8977.
- [22] NISSEN, J.; PAULSSON, L. E.. *Influence of field inhomogeneity in magnetic calibration coils*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 45, issue 1, p. 304-306, February 1996. ISSN 0018-9456.
- [23] TROUT, S. R.. *Use of Helmholtz coils for magnetic measurements*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, issue 4, p. 2108-2111, July 1998. ISSN 0018-9464.
- [24] MILLANTA, L. M.; AGOSTINI, A.; LAZZERINI, S.. *Helmholtz coils: Static and frequency-dependent performance limitations*. IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Symposium Record, 9th-13th August 1993, Dallas, TX. p. 377-378, 1993. ISBN 0-7803-1304-6.
- [25] PALENČÁR, R.; VDOLEČEK, F.; HALAJ, M. Nejistoty v měření I: vyjadřování nejistot. *AUTOMA*, 2001, č. 7-8, s. 50-54. ISSN 1210-9592.
- [26] PALENČÁR, R.; VDOLEČEK, F.; HALAJ, M. Nejistoty v měření II: nejistoty přímých měření. *AUTOMA*, 2001, č. 10, s. 52-56. ISSN 1210-9592.

# Vlastní publikace

## Vydaná skripta:

- [B1] MIKOLANDA, Tomáš; RICHTER, Aleš. *Hallův jev, Hallovy senzory a jejich aplikace*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2006. 34 s. ISBN 80-7372-131-7.
- [B2] KOŠEK, Miloslav; MIKOLANDA, Tomáš. *Cvičení z teorie elektrických obvodů*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2005. 184 s. ISBN 80-7372-006-X.

## Články:

- [A1] MIKOLANDA, Tomáš; KOŠEK, Miloslav; RICHTER, Aleš. 3D Magnetic Field of Permanent Magnets, Simulation and Measurement. In *Proceedings of Ninth International conference on Advanced Methods in the Theory of Electrical Engineering – AMTEE09, 7th-9th September, 2009 Cheb, Czech Republic*. Pilsen: University of West Bohemia. Faculty of Electrical Engineering. Department of theoretical electrotechnics, 2009. Part I. s.1-11. ISBN 978-80-7043-821-3.
- [A2] MIKOLANDA, Tomáš; KOŠEK, Miloslav; RICHTER, Aleš. 3D magnetic field measurement, visualisation and modelling. In *The 7th International Conference on Measurement – MEASUREMENT 2009*, 20th-23rd May, 2009, Smolenice, Slovakia. Smolenice: Institute of Measurement Science. Slovak Academy of Sciences, Bratislava, 2009. s. 306-309. ISBN 978-80-969672-1-6.
- [A3] KOŠEK, Miloslav; MIKOLANDA, Tomáš; RICHTER, Aleš; ŠKOP, Petr. Dynamické modely mechatronických systémů využívajících magnetické odpudivé síly. In *Aplikace fyzikálních polí, Práce doktorského týmu grantu GAČR 102/08/H081 za rok 2008*, Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií, Technická univerzita v Liberci, 2009, Liberec, s.11-24. ISBN 978-80-7372-464-1. **Vybraný článek, reprint původní publikace [A5]**
- [A4] KOŠEK, Miloslav; RICHTER, Aleš; MIKOLANDA, Tomáš. Intelligent mechatronical system using repulsive force produced by permanent magnets. In *University Review*, Alexander Dubček University of Trenčín, 2008, Vol. 2, No. 3, s. 18-23. ISSN 1337-6047. **Vybraný článek, reprint původní publikace [A6]**
- [A5] KOŠEK, Miloslav; MIKOLANDA, Tomáš; RICHTER, Aleš; ŠKOP, Petr. Dynamické modely mechatronických systémů využívajících magnetické odpudivé síly.

In *Acta Mechanica Slovaca 2008*, Strojnická fakulta, Technická univerzita v Košiciach, 2008, Ročník 12., 3-B/2008 MMaMS. ISSN 1335-2393.

- [A6] KOŠEK, Miloslav; RICHTER, Aleš; MIKOLANDA, Tomáš. Intelligent mechatronical system using repulsive force produced by permanent magnets. In *The 13th International Conference on Problems of Material Engineering, Mechanics and Design – ICPMEMD 2008*, 25th-28th August, 2008 Rajecské Teplice, Slovakia. Puchov: Alexander Dubček University. Faculty of Industrial Technologies in Puchov, 2008. s. 1-4. ISBN 978-80-969728-2-1.
- [A7] KOŠEK, Miloslav; MIKOLANDA, Tomáš; RICHTER, Aleš. Linear Equivalent Circuit of Hall Effect Generator. In *Acta Technica*, Institute of Thermomechanics AS CR, 2008, Vol. 53, No. 1, s. 29-44. ISSN 0001-7043.
- [A8] KOŠEK, Miloslav; MIKOLANDA, Tomáš; RICHTER, Aleš; Effective and Robust Calculation of Magnetic Force. In *Proceedings of 15th Annual Conference Technical Computing Prague 2007 – TCP2007*, 10th-12th September, 2007 Pilsen, Czech Republic. Prague: Humusoft s.r.o., 2007. s.1/1-1/18. ISBN 978-80-7080-658-6.
- [A9] KOŠEK, Miloslav; RICHTER, Aleš; MIKOLANDA, Tomáš. Equivalent Circuit of Hall Effect Generator. In *Proceedings of Eight International conference on Advanced Methods in the Theory of Electrical Engineering – AMTEE07, 10th-12th September, 2007 Pilsen, Czech Republic*. Pilsen: University of West Bohemia. Faculty of Electrical Engineering. Department of theoretical electrotechnics, 2007. Part II. s.CH29-CH34. ISBN 978-80-7043-564-9.
- [A10] KOŠEK, Miloslav, MIKOLANDA, Tomáš. Simple and exact modelling of the permanent magnet field. In *ECMS 2007 & Doctoral school: 8th International workshop on Electronics, Control, Modelling, Measurement and Signals 2007 & Doctoral School (EDSYS, GEET), May 21st-23rd, 2007*. Czech Republic, Liberec: Technical university of Liberec, Fakulty of mechatronics and interdisciplinary studies. 2007.
- [A11] KOŠEK, Miloslav; MIKOLANDA, Tomáš. Dálkové měření elektrických obvodů pomocí internetu. In *SCO 2007- Shareable Content Objects. Sborník 4.ročníku konference o elektronické podpoře výuky, Brno 30.-31.května 2007*. Brno: Masarykova univerzita. Ekonomicko-správní fakulta. 2007. s.201-206. ISBN 978-80-210-4296-4.
- [A12] MIKOLANDA, Tomáš. Hallův jev, Hallovy senzory a jejich aplikace. In *SYMPEP 2006 : XXI. Mezinárodní symposium učitelů elektrických strojů : sborník anotací příspěvků, xx-xx června, 2006*. Plzeň: Západočeská univerzita. ISBN 80-7043-455-4.
- [A13] MIKOLANDA, Tomáš: *Použití piezoelektrických prvků v zámkových systémech FAB: Možnosti kódové identifikace pro aktivaci budicí jednotky aktuátoru*. 21, Liberec, 2006, Číslo zprávy: ISRN TUL-KEL-TZ/RE-06/04/CZ.
- [A14] LOMOV, Stepan V.; MIKOLANDA, Tomáš; KOSEK, Miloslav; VERPOEST, Ignaas. Model of internal geometry of textile fabric: Data structure and virtual reality implementation. In *Journal of Textile Institute, JOTI 2007, Vol. 98, No. 1, s. 1-13. ISSN 0040-5000*.
- [A15] LOMOV, Stepan V.; MIKOLANDA, Tomas. Textile virtual reality. In *Proceedings of TechTextil symposium, Frankfurt am Main; 2005 [CD edition]*.



- [A16] KOŠEK, Miloslav; NOVÁK, Miroslav; MIKOLANDA, Tomáš. Diferencovaná výuka z teorie obvodů pro studenty bakalářského studia. In *Seminář teorie obvodů STO-9 – Moderní směry výuky elektrotechniky a elektroniky: Sborník příspěvků z konference, Brno 21.-22. září 2005*. Brno: Univerzita obrany. Fakulta vojenských technologií. Katedra elektrotechniky a elektroniky, 2005. s. 72-75. ISBN 80-7231-011-9.
- [A17] KOŠEK, Miloslav; MIKOLANDA, Tomáš. Derivation and use of formal analogy between electrostatic field and heat transfer. In *Proceedings of Seventh International conference on Advanced Methods in the Theory of Electrical Engineering – AMTEE05, 12th-14th September, 2005 Pilsen, Czech Republic*. Pilsen: University of West Bohemia. Faculty of Electrical Engineering. Department of theoretical electro-technics, 2005. Part II. s.CH29-CH34. ISBN 80-7043-392-2.
- [A18] LOMOV, Stepan V.; VERPOEST, Ignaas; BERNAL, Enrique; BOUST, Fabrice; CARVELLI, Valter; DELERUE, Jean-Francois; DE LUCKA, Patrick; DUFORT, Laurent; HIROSAWA, Satori; HUYSMANS, Gert; KONDRATIEV, Sergey; LAINE, Bertrand; MIKOLANDA, Tomas; NAKAI, Hiroaki; POGGI, Carlo; ROOSE, Dirk; TUMER, Ferruh; VAN DEN BROUCKE, Bjorn; VERLEYE, Bart; ZAKO Mazaru. Virtual textile composites software Wisetex: Integration with micromechanical, permeability and structural analysis. In *Proceedings Extended Abstracts of 15th International Conference On Composite Materials - ICCM'15, 27th June – 1st July, 2005 Durban, South Africa*. Durban: Center for Composite and Smart Materials and Structures. School of Mechanical Engineering. University of KwaZulu-Natal, 2005. s. 335-336. ISBN 1-86840-587-7.
- [A19] MIKOLANDA, Tomáš. Automatizovaný měřicí systém stacionárních magnetických polí. In *EPVE 2005 – Elektrické pohony a výkonová elektronika: Sborník příspěvků z celostátní konference, Brno 8.-9. listopadu 2005*. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky, 2005. s. 28–31. ISBN 80-214-3052-4.
- [A20] MIKOLANDA T., LOMOV S., KOŠEK M., VERPOEST I. *Simple Use of Virtual Reality for Effective Visualization of Textile Material Internal Structures*, Prague CODATA Information Visualisation Workshop, March 30-31, 2004, Prague, pp. 23-27
- [A21] KOŠEK M., MIKOLANDA T., KOŠKOVÁ B. *Ideal, Real and Virtual Textile Structure Modelling and Visualization*, Afrigraph 2004, Proc. of 3rd International Conference on Computer Graphics, Virtual reality, Visualisation and Interaction in Africa, November 3-5, 2004, Stellenbosch, South Africa, pp. 49-53, ISBN 1-58113-863-6.
- [A22] MIKOLANDA T., LOMOV S., KOŠEK M. *VRTex - a System for 3D Visualization of Textile Structures*, STRUTEX 11, Proc. of 11th International Conference on Structure and Structural mechanics of Textile Fabrics, December, 2004, Liberec, Czech Republic, pp. 109-116, ISBN 80-7083-891-4.
- [A23] RICHTER A., JAKSCH I., NOVÁK M., VÁCLAVÍK J., MIKOLANDA T., ČERNOHORSKÝ J., MAREŠ J., MATELA L.: *Digital Signal Processing DSP-AD, Education and Reseach – Yearly Report No.5*, Liberec, Czech Republic, 2004
- [A24] MIKOLANDA, Tomáš; LOMOV, Stepan V.; KOŠEK, Miloslav; VERPOEST, Ignaas. Vizualizace Textilních struktur pomocí VRML. In *K7 vědecko populární časopis Fakulty mechatroniky TU v Liberci, Q4, 2004*. Liberec: Technická univerzita v

- Liberci, Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, 2004. s. 39-42. ISSN 1214-7370.
- [A25] MIKOLANDA, Tomáš; LOMOV, Stepan V.; KOŠEK, Miloslav. VRTex - An effective system for visualization of textile structures. In *10th International Conference on Structure and Structural mechanics of Textile Fabrics - STRUTEX 10, December 8-9, 2003*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, Fakulta textilní, 2003. s.33-38. ISBN 80-7083-769-1.
- [A26] MIKOLANDA, Tomáš. Universal System for Control of Scientific Instruments (USCSI-03). In *6th International Workshop on Electronics, Control, Measurement and Signals 2003 - ECMS 2003, June 2-4, 2003*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, 2003. s.340-344. ISBN 80-7083-708-X.
- [A27] MIKOLANDA, Tomáš. Nestandardní metody měření piezoelektrických koeficientů. Diplomová práce. Technická univerzita v Liberci. 164 s. Liberec. 2003.
- [A28] MIKOLANDA, Tomáš. Přesné měření a modelování polí biomagnetických textilií. In *9. mezinárodní konference - STRUTEX 2002, 2.-3. prosince 2002*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, Fakulta textilní, 2002. s.93-99. ISBN 80-7083-668-7.
- [A29] KOŠEK, Miloslav; MIKOLANDA, Tomáš; SVOBODA, Přemysl. Plně automatizované měření a modelování dvourozměrných stacionárních magnetických polí. In *SYMEP 2002, Liberec 24.-26. června 2002*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, 2002. s.204-209. ISBN 80-7083-612-1.
- [A30] MIKOLANDA, Tomáš; SVOBODA, Přemysl: Automatizované měření prostorových stacionárních magnetických polí. Ročníkový projekt. Technická univerzita v Liberci. 72 s. Liberec. 2002.



---

## Zaznamenané citace

- [C1] LOMOV, Stepan V.; MIKOLANDA, Tomáš; KOSEK, Miloslav; VERPOEST, Ignaas. Model of internal geometry of textile fabric: Data structure and virtual reality implementation. In *Journal of Textile Institute, JOTI 2007, Vol. 98, No. 1, s. 1-13. ISSN 0040-5000.*

**Počet citací: 2**

1. VERLEYE B, CROCE R, GRIEBEL M, et al. Permeability of textile reinforcements: Simulation, influence of shear and validation. In *Composites Science and Technology, Vol. 68, No. 13, s. 2804-2810. Oct. 2008. ISSN 0266-3538.*
2. LOMOV, Stepan V.; IVANOV, Dmitry S.; VERPOEST, Ignaas, et al. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites. In *Composites Part A-Applied Science and Manufacturing, Vol. 39, No. 8, s. 1218-1231. 2008. ISSN 1359-835X.*

# Disertační Práce

Studium silového působení mezi permanentními magnety

Ing. Tomáš Mikolanda

Vysazeno systémem  $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ - $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$

Liberec 2009