
Technická Univerzita v Liberci
Fakulta mechatroniky, informatiky a
mezioborových studií

Disertační práce

Na téma:

Vývoj teorie a metod měření s časově
neekvidistantním vzorkováním u strojů
poháněných rotující hřídelí

Disertant : Ing. Václav Čejka
Studijní program : P2612 Elektrotechnika a informatika
Studijní obor : 2612 V045 Technická kybernetika

Pracoviště : Katedra měření
Fakulta mechatroniky, informatiky
a mezioborových studií
Technická univerzita v Liberci
Hálkova 6, 46117 Liberec 1

Školitel : Doc. Ing. Miroslav Svoboda

Rozsah disertační práce

Počet stran : 100

Počet obrázků : 17

Počet tabulek : 7

Liberec 2009

Annotation

■ The Development of the Theory and the Methods of the Measurement with the Uneven Sampling in Time for Machines Driven with a Rotating Shaft

Václav Čejka, M.Sc.

Although mechanical engineering is very examined area of science, proper construction of many real machines demands its verification via measurement of its (not only) mechanical properties. This importance especially grows with higher requested precision of the developed machine, e.g. in textile, printing or tooling industry. Measurement in early stage of development process helps in verification of basic ideas, later on it gives border conditions to CAM/FEM models and finally it helps in evaluation of true impact of some specific machine's modification.

Quantities describing movement of main parts of analyzed machine play the central role in measurement of mechanical properties. It is often advantageous to analyze other measured quantities (forces, accelerations, vibrations...) in connection with current angular position or angular velocity of some reference, typically driving shaft.

For this reason measuring device DMU was developed in VUTS, Co. This device can be easily used for precise measurement of angles, angular velocities and angular accelerations via incremental rotary encoders. Up to 4 shafts can be analyzed simultaneously. Measurement can be defined by many parameters. Comprehensive analysis of the influence of particular parameters together with the algorithm of optimal settings in part of this thesis.

Furthermore DMU device allows synchronization with measurement analyzers of some manufacturers and subsequent measurement with angular sampling base defined by angle of rotation of some reference shaft. This approach gives many advantages, however defines new questions and problems. For example, angularly even sampling is uneven in time domain, so one of the basic presumptions of classical discrete data analysis is not realized. This problem and other most important ones will be analyzed in this thesis.

Key words: measurement, frequency analysis, order analysis, angular velocity, angular measurements, uneven sampling

1. Úvod

Práce se zabývá novou metodou měření a vyhodnocení mechanismů. Tato metoda je vhodná především pro mechanismy poháněné rotující hřídelí, kterou budeme v dalším textu nazývat *referenční hřídel*. Takových mechanismů je většina a obvykle vykonávají přibližně periodický pohyb. Během matematického návrhu a modelování těchto mechanismů jsou jednotlivé veličiny většinou vyjádřeny jako funkce úhlu pootočení referenční hřídele. Úhlová rychlost referenční hřídele ovšem obvykle není konstantní, ani nemá přibližně konstantní střední hodnotu, protože je zpětně ovlivněna poháněnými mechanismy. Skutečnou úhlovou rychlost referenční hřídele je pak obtížné přesně vyjádřit, a stejně tak i skutečný pohyb celého stroje. Navíc tato vnesená nerovnoměrnost pohybu často způsobuje další nežádoucí důsledky, jako je vzrůst vibrací a hluku stroje, omezení maximální produktivity stroje či snížení kvality produkovaných výrobků (např. textilie u textilních strojů, soutisk různých barev u polygrafických strojů atd.) Další nežádoucí důsledky se mohou objevit při rozběhu či doběhu stroje.

Klasické metody vyhodnocení funkce mechanismu pomocí měření v závislosti na čase (hodnoty jsou ze snímačů zaznamenávány v rovnoměrně rozložených časových okamžicích $t_k = t_0 + k \Delta t$, tzv. *časová vzorkovací základna*) přináší řadu komplikací. Měření jsou obtížně vzájemně porovnatelná navzájem a zvláště s matematickým modelem, či jsou obtížně vyjadřitelná v závislosti na úhlu pootočení, výpočty středního průběhu a směrodatných odchylek od středního průběhu z několika cyklů stroje jsou nepřesné, atd.

Je ovšem možný i jiný přístup. Data mohou být snímána v závislosti na úhlu pootočení hnací hřídele, v časových okamžicích $t(\varphi_k)$, kde $\varphi_k = \varphi_0 + k \Delta\varphi$ (v dalším textu těmito okamžikům budeme říkat *úhlová (vzorkovací) základna*). Pro tato měření byl ve VÚTS a.s. vyvinut přístroj DMU. Přístroj využívá inkrementálních rotačních snímačů, též nazývaných enkodéry. Tyto snímače jsou zdrojem úhlově velmi přesně rozložených impulsů. Přístroj DMU z těchto impulsů jejich sčítáním a určením jejich period určuje úhel, úhlovou rychlost a úhlové zrychlení a produkuje úhlovou základnu pro měření v závislosti na úhlu pootočení referenční hřídele. Přístroj (nyní je již vyvinuta 5. generace) umožňuje vstup až 4 enkodérů a měření úhlu a úhlové rychlosti také diferencně mezi dvěma vstupy.

Tento inovativní přístup ovšem odкрývá zcela novou oblast v teorii sběru a zpracování dat. Cílem této práce je zadefinovat základní pojmy této teorie, nastínit její vztah ke klasické teorii sběru a zpracování dat, definovat vlastnosti této metody, popsat informační obsah naměřených veličin, analyzovat možné chyby měření a předložit výpočetní algoritmy pro zpracování úhlově měřených dat.

Vzhledem k inženýrské aplikaci této práce budou v následujícím textu používány fyzikální jednotky obvyklé v inženýrské praxi. Úhlová rychlost bude udávána v otáčkách za minutu [RPM], úhel pootočení ve stupních.

■ 1.1 Cíle disertační práce

Předložená práce si klade za cíl doplnit bílá místa v teorii měření úhlů, úhlových rychlostí a úhlových zrychlení a v teorii měření v závislosti na úhlu pootočení referenční hřídele. V obou případech se bude vycházet z použití inkrementálních rotačních snímačů. Zvláště měření úhlů a úhlových rychlostí jsou relativně běžná, ale neporozumnění některým základním principům může vést k chybně naměřeným datům, omezení informačního obsahu dat a k chybným závěrům z dat vyvozených.

K základním cílům patří precizní definování popisované metody měření a analýza jednotlivých parametrů, které jsou pro měření nastavitelné. Budou také definovány, popsány a vyhodnoceny možné chyby měření včetně návrhů na jejich odstranění.

Bude analyzován vztah mezi časově a úhlově rovnoměrně vzorkovanými daty. Tento vztah má svá specifika zvláště při spektrální analýze Fourierovou transformací. Proto bude hledán jak teoretický vztah mezi spektry vypočtenými z časově a úhlově vzorkovaných dat, tak bude hledána numerická transformace mezi časovou a úhlovou doménou.

■ 1.2 Členění práce

Disertační práce je členěna do osmi základních kapitol, které se věnují problematice spojené s metodou měření úhlů, úhlových rychlostí a úhlových zrychlení pomocí inkrementálních rotačních snímačů, a také sběru dat v závislosti na úhlu pootočení rotující hřídele a jeho vztahu ke klasickému měření v závislosti na čase.

Po krátkém úvodu s představením cílů práce a tomto stručném členění následuje kapitola 2 zabývající se rešerší a současnými přístupy k měření na strojích s rotující hřídelí.

Ve třetí kapitole je detailně popsána navrhovaná metoda měření s pomocí inkrementálních rotačních snímačů nazývaných též enkodéry. Jsou definovány základní pojmy a uvedeny přesné vztahy použité pro měření úhlu, úhlové rychlosti a úhlového zrychlení pomocí přístroje DMU ve verzi 4 a vyšší, na jejichž konstrukci se autor této práce podílel.

Z praktického hlediska velmi významná čtvrtá kapitola detailně analyzuje informační obsah jednotlivých měřených veličin a vliv jednotlivých parametrů měření na naměřená data.

V páté kapitole jsou detailně analyzovány možné zdroje nejistoty měření a uživatelských chyb včetně ohodnocení jejich reálného významu. Jsou také navrženy postupy pro redukci těchto chyb.

Šestá kapitola tvoří teoretický předěl k druhé části práce zabývající se spektrální analýzou. Směřuje k vyjádření obecného vztahu popisujícího ovlivnění spektrální informace neekvidistantním vzorkováním.

Sedmá kapitola navrhuje obecnou a pro reálnou praxi velmi užitečnou numerickou transformaci diskrétních dat mezi časově a úhlově ekvidistantními doménami. Tato transformace vlastně provádí praktické odstranění vlivu neekvidistantního vzorkování na spektrální informaci.

Předposlední osmá kapitola se pokouší alespoň na základních případech analyticky popsat souvislosti mezi spektry v časové a úhlové doméně. Exaktní vztahy je možné odvodit jen pro elementární případy, ze získaných výsledků i reálných numerických testů je však patrné, že odvozené souvislosti mají širší platnost.

V závěru práce jsou zhodnoceny dosažené výsledky a poznatky.

2. Současný stav

Vzhledem k významu analýzy mechanismů a strojů poháněných rotujícími hřídeli bylo vyvinuto několik metod využívajících běžně používané časově rovnoměrné vzorkování. Obvykle jsou tyto metody shrnovány pojmem *řádová analýza* (Order-Analysis). Řádem se rozumí aktuální perioda jedné otáčky referenční hřídele, neboli aktuální perioda první harmonické složky. Základní přehled těchto přístupů je uveden např. v lit. [3]. Prostý sběr dat s fixní vzorkovací frekvencí a přímé vyhodnocení klasickou frekvenční analýzou s jednotkami nezávislé proměnné v [Hz] přináší obtíže již se sledováním zvolené harmonické složky, neboť vlivem kolísání či trendu střední úhlové rychlosti se také pozice této harmonické složky ve spektru mění. Je také velmi obtížné určovat střední průběh či jiné funkční statistiky z několika period stroje, neboť každá perioda má, byť jen o málo, odlišný počet vzorků a hodnoty sledované funkce není možné prostým způsobem kombinovat z několika period.

Tyto obtíže se s úspěchem daří redukovat metodou *synchronní vzorkovací frekvence* (též zvané *souběhová filtrace*, angl. Order-tracking analysis), která využívá tzv. *tacho-signálu*. Tacho-signál je pomocný údaj nesoucí pulsní složku ve zvolených úhlových pozicích, obvykle jednou za otáčku. Naměřená data jsou v post-processingu či i v reálném čase přefiltrována a interpolací převzorkována tak, aby v intervalu mezi tacho-pulsovémi vždy stejný počet vzorků. V takto získaných datech pak sledovaná harmonická složka zůstává stále na stejné pozici ve spektru. Nezávislou proměnnou spektra je již zmíněný řád a spektru se říká *řádové spektrum*. Název *řádové spektrum* je však při použití jediného tacho-signálu jen přibližný, neboť nezachycuje plně průběh úhlové rychlosti mezi tacho-pulsovémi, ale pracuje pouze se střední hodnotou úhlové rychlosti mezi tacho-pulsovémi. Je-li např. sledovanou funkcí mechanismu v závislosti na úhlu pootočení funkce $\sin(\varphi)$ a úhlová rychlost má rostoucí tendenci s nezanedbatelným sklonem, sledovaná funkce může být i výrazně zkreslená a takto odhadnuté *řádové spektrum* obsahuje řadu postraních harmonických složek. Podobně při kolísání úhlové rychlosti v rámci jedné otáčky dochází ke zkreslení sledované funkce. Podrobnější analýzu souběhové filtrace podává např. lit. [9] či [19].

Vold předložil další způsob nazývaný *Vold-Kalmanova filtrace* (viz např. lit. [10]). Opět se vychází z dat sbíraných s časovou základnou spolu s tacho-signálem. Na rozdíl od předchozího je však v tomto případě dbáno na spojitost úhlové rychlosti splinovou interpolací v bodech jednotlivých tacho-pulsů. Také cíl *Vold-Kalmanovy filtrace* je odlišný - zatímco souběhová filtrace směřovala k *řádovému spektru* a frekvenční analýze, *Vold-Kalmanova filtrace* poskytuje časové průběhy vybraných harmonických složek sledovaného signálu. *Vold-Kalmanova filtrace* je velmi vhodná pro průběhy s malým počtem frekvenčních složek a pro úhlovou rychlost s trendem. Vzhledem k interpolaci úhlové rychlosti pouze v nízkém počtu tacho-pulsů (obvykle jeden za otáčku) ovšem opět nedokáže postihnout kolísání úhlové rychlosti v rámci jednoho cyklu stroje. Navíc je *Vold-Kalmanova analýza* značně výpočetně náročná.

Alternativní přístup byl předložen v lit. [20]. Úhlová rychlost je určena z měření s konstantní vzorkovací frekvencí pomocí Hilbertovy transformace. Přesněji řečeno, úhel pootočení je vypočten fázovou demodulací impulsního signálu z enkodéru připojeného k referenční hřídeli. Úhlová rychlost je pak určena numerickou derivací takto určeného úhlu. Tato metoda dává poměrně přesný průběh úhlu a úhlové rychlosti (a v dalších derivacích i úhlového zrychlení) i při kolísání úhlové rychlosti v rámci jedné periody. Jednotlivé cykly stroje však opět nemají shodný počet vzorků a odhad *řádových spekter* a výpočet statistik z více cyklů je nutno dělat z interpolovaných dat transformovaných pomocí úhlové rychlosti, čímž vznikají další nepřesnosti. Podrobná analýza metody využívající Hilbertovu transformaci je provedena např. v lit. [21].

3. Popis navržené metody

Navrhovaná metoda je založena na použití inkrementálních rotačních snímačů, zvaných též enkodéry. Enkodéry vytvářejí obdélníkové či sinusové pulsy se zvoleným úhlovým rozlišením. Řada výrobců nabízí enkodéry s vysokou relativní přesností. Úhlové intervaly mezi jednotlivými pulsy se navzájem neliší o více než 0.1%. Taková přesnost umožňuje s vysokou přesností měření okamžité úhlové rychlosti jako převrácené hodnoty délky časového intervalu mezi impulsy enkodéru. Úhlová vzorkovací základna daná pulsy enkodéru je také velmi stabilní a přesná.

Obvykle enkodéry generují 3 signály. Nulový signál z slouží jako referenční bod a je generován jednou za otáčku. Signály A a B určují vlastní úhlové rozlišení. Jsou shodné a fázově posunuté o čtvrtinu periody, aby byla jednoznačně určena orientace rotačního pohybu. Enkodéry jsou charakterizovány počtem period p , nebo též pulsů signálů A a B na jednu otáčku snímače.

■ 3.1 Měření úhlu

Úhel je měřen prostým způsobem načítáním počtu hran obou signálů A a B, tzn. má rozlišení až čtyřikrát vyšší než je počet pulsů enkodéru. Dále může být měřen rozdílový úhel mezi dvěma připojenými snímači, a to i pokud mají rozdílný počet pulsů na otáčku, či je mezi nimi nastaven racionální převodový poměr z_1 / z_2 . Je implementován algoritmus, který nevyužívá dělení, a proto nedochází k zaokrouhlovacím chybám, které by při dlouhodobém měření způsobovaly drift sledované hodnoty či dokonce přetečení čítačů. Díky vysokému bitovému rozlišení výpočtu v FPGA je možné dosáhnout vysoce přesných měření např. torzních vibrací, plížení plochých či klínových řemenů, vibrace převodů s ozubenými řemeny či vliv poškození ozubených kol.

■ 3.2 Měření úhlové rychlosti

Vzhledem k vysoké úhlové přesnosti signálů enkodéru je perioda Δt mezi hranami signálu enkodéru měřena s rozlišením 10 ns. Úhlová rychlost je vypočtena jako převrácená hodnota z periody Δt

$$\omega(\varphi) \doteq \frac{\Delta \varphi}{\Delta t(\varphi)} = 60 \frac{i_\omega}{p} \frac{1}{t(\varphi) - t(\varphi - \Delta \varphi)} [\text{RPM}], \quad (1)$$

kde $\Delta \varphi$ značí úhlový interval, přes který je měřen čas. Tento úhlový interval je určen z počtu pulsů snímače za otáčku p a z údaje i_ω , který určuje, přes kolik pulsů snímače se má měřit čas Δt , tedy čas potřebný k otočení hřídelky snímače z úhlové pozice $\varphi - \Delta \varphi$ do pozice φ .

Podobně jako úhel i úhlová rychlost může být měřena také diferenčně mezi dvěma vstupními enkodéry. Enkodéry mohou mít rozdílný počet pulsů na otáčku a může být zadán racionální převodový poměr mezi nimi.

Pro zkvalitnění výstupu úhlové rychlosti má přístroj DMU od verze 4 ještě některé další vlastnosti. Předně čas Δt může být paralelně měřen $k + 1$ čítači (v současné době 1, 2 nebo 4) s daným fázovým posuvem ϕ . Úhlová rychlost je pak vypočtena ze střední hodnoty z časů naměřených všemi čítači, tzn.

$$\omega(\varphi) \doteq 60 \frac{i_\omega}{p} \frac{k + 1}{\sum_{j=0}^k t(\varphi - j \phi) - t(\varphi - \Delta \varphi - j \phi)} [\text{RPM}]. \quad (2)$$

Obvykle se předpokládá, že úhlový interval $\Delta \varphi$ je celočíselným násobkem periody signálů A a B. Smysluplné nastavení je $(k + 1) \phi \leq \Delta \varphi$, v opačném případě již do průměru v uvedeném vztahu nepřichází žádné nové informace (časové okamžiky se odečtou). Obvykle je úhel ϕ zvolen jako čtvrtina periody signálů A a B, tedy jako fázový posuv mezi těmito signály. Čítače pak měří paralelně čas mezi souhlasnými hranami signálů A a B. Takovéto průměrování slouží především k redukci chyb enkodérů. Tento výpočet ovšem prodlouží čas potřebný k výpočtu jedné hodnoty úhlové rychlosti.

Úhlová rychlost může být využita také k výpočtu úhlu pootočení integrací. Tento postup je vhodný především pro měření malých diferečních úhlů kolísajících kolem nulové hodnoty, např. torzních kmitů. Výhodou je podstatně vyšší rozlišení než při přímém měření úhlu pootočení. Podrobná analýza je provedena v následujících kapitolách.

■ 3.3 Měření úhlového zrychlení

Úhlové zrychlení je v zařízení DMU vypočteno z časových délek dvou po sobě následujících úhlových intervalů. Podobně jako u úhlové rychlosti lze vylepšit výpočet úhlového zrychlení měřením času $k + 1$ čítači paralelně se zvoleným fázovým posuvem ϕ , tzn.

$$\varepsilon(\varphi) \doteq \frac{2 \pi i_\varepsilon}{p} \frac{(k + 1)^2}{\sum_{j=0}^k \Delta t(\varphi - j \phi) + \Delta t(\varphi - j \phi - \Delta \varphi)} \left(\frac{1}{\sum_{j=0}^k \Delta t(\varphi - j \phi)} - \frac{1}{\sum_{j=0}^k \Delta t(\varphi - j \phi - \Delta \varphi)} \right) \left[\frac{\text{rad}}{s^2} \right]. \quad (3)$$

Za interval Δt [s] je zvolen časový úsek potřebný pro výpočet obou sousedních hodnot úhlové rychlosti. Úhlový interval může být opět vyjádřen pomocí počtu period enkodéru za otáčku p a počtu period enkodéru i_ε , přes které se měří čas.

■ 3.4 Úhlová vzorkovací základna

Základním přínosem přístroje DMU je měření s úhlovou vzorkovací základnou. Všechna data, úhlová i ostatní snímaná zařízením pro sběr dat, jsou snímána ve zvolených úhlových pozicích $t(\varphi_k)$, $\varphi_k = \varphi_0 + k \Delta \varphi$. Úhlové rozlišení $\Delta \varphi = i_\Delta 360 / p$ [deg], které recipročně odpovídá četnosti úhlové vzorkovací základny, může být v rozsahu 1/4 až 1024 pulsů enkodéru ($i_\Delta = 1024$).

Shrňme základní výhody měření se skutečnou úhlovou vzorkovací základnou:

- Je možné přímé porovnání naměřených dat s matematickým modelem. Matematické modely a konstrukční návrhy jsou obvykle vyjádřeny v závislosti na úhlu pootočení referenční hřídele.

- Funkční statistiky (jako střední průběh cyklu, směrodatné odchylky od tohoto průběhu, hodnoty a úhlové pozice minimálních a maximálních hodnot) z několika cyklů jsou jednoduše určitelné a přesněji odpovídají významu, který se od nich očekává.

- Ze zmíněných směrodatných odchylek vypočtených bodově z několika cyklů jsou přímo patrné odchylky od periodicity pohybu, včetně jejich úhlových pozic.

- Řádová spektra mohou být vypočtena přímo ze změřených dat, což je přesnější a výhodné zvláště při analýze rozběhů a doběhů strojů.

- Vzhledem k periodicitě měřených dat s periodou odpovídající jedné či více otáčkám referenční hřídele není nutné použití techniky oken při výpočtu Fourierových spekter. Dostatečně vysoký počet vzorků na otáčku (aby byl podchycen celý spektrální obsah) je dostatečnou podmínkou pro měření bez efektu aliasingu.

4. Analýza informačního obsahu dat získaných z použité metody

Principy měření pomocí enkodérů jsou relativně jednoduché a jejich implementací např. V zařízení DMU je možné rychle získat záznamy dat. Neuváženým nastavením parametrů měření je však možné do záznamu dat vnést nežádoucí chyby, nebo naopak nemusí být hledaná data v záznamu podchycena. Z tohoto důvodu je vhodné podrobněji analyzovat význam jednotlivých parametrů měření s ohledem na požadovaný informační obsah naměřených dat.

■ 4.1 Úhel

■ 4.1.1 Statické rozlišení (kvantovací chyba)

Protože měřený úhel je inkrementován s každou hranou pulsu použitého snímače, může pro jednu otáčku nabývat tolika hodnot, které odpovídají počtu hran pulsů snímače tedy

$$n_{\varphi} = 4 p. \quad (4)$$

Tento údaj závisí pouze na použitém enkodéru. Pro enkodéry s výstupem v podobě harmonického signálu je možné rozlišení ještě zvýšit použitím interpolátoru. Ten z jedné periody pulsu (dvojice funkcí Sin a Cos) vygeneruje n_i pulsů, obvykle již obdélníkových.

Výstupní rozlišení úhlu je v reálném případě limitováno digitálním rozsahem ukládaných dat. Při nejobvyklejším způsobu ukládání v podobě 16-bitových celých čísel může hodnota úhlu nabývat nejvýše $2^{16} = 65\,536$ hodnot. Při měření úhlu v rozsahu $\langle \varphi_{\min}, \varphi_{\max} \rangle$ je tedy kvantovací chyba měření úhlu

$$\delta_{\varphi} = \text{Max} \left(\frac{360}{4 p n_i}, \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{2^{16}} \right) / 2 \text{ [deg]} = \text{Max} \left(\frac{45}{p n_i}, \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{2^{17}} \right) \text{ [deg]}, \quad (5)$$

kde n_i je použitý stupeň interpolace.

■ 4.1.2 Optimální nastavení

Optimálního rozlišení měření úhlu je dosaženo maximálním přiblížením počtu hran (případně interpolovaných) k digitálnímu rozsahu ukládání dat. Označme b počet bitů použitých k uložení výsledné hodnoty úhlu. Vzhledem k nepřesnostem zaneseným interpolací se vždy snažíme použít snímač s co nejvyšším počtem pulsů p a co nejnižším stupněm interpolace n_i a to tak, abychom se co nejvíce přiblížili digitálnímu rozlišení. Za předpokladu měření úhlu v rozsahu $\varphi_{\min} \div \varphi_{\max}$ [deg] hledáme nejvyšší možný stupeň interpolace n_i takový, že počet pulsů snímače po interpolaci v zadaném úhlovém intervalu je menší než počet možných binárních hodnot reprezentujících naměřený úhel, tedy

$$4 p n_i (\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) / 360^{\circ} \leq 2^b. \quad (6)$$

Při pouhém nastavení tohoto stupně interpolace a zadaného rozsahu měřených hodnot úhlu však dojde ještě k jedné chybě. Pokud $2^b / (4 p n_i (\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) / 360^{\circ})$ není celé číslo (je tedy větší než jedna), pak dosahované hodnoty úhlu nelze beze zbytku vyjádřit pomocí celých čísel na výstupu a dochází k periodické zaokrouhlovací chybě. To má za následek (periodicky) kolísající chybu. Řešení celého problému je jednoduché. Stačí rozšířit měřený rozsah tak, že jeho část nebude nikdy dosažena, tedy reálně dosáhneme na méně než 2^b hodnot, přitom přírůstek úhlu ve

fyzikálních jednotkách bude odpovídat právě jednomu inkrementu v binární reprezentaci. Inkrement úhlu ve fyzikálních jednotkách, např. Ve stupních, je roven

$$\Delta\varphi = \frac{360^\circ}{4 p n_i}. \quad (7)$$

Měřený rozsah úhlu nastavíme např. na $\langle \varphi_{\min}, \varphi_{\min} + \Delta\varphi(2^b - 1) \rangle$. Lepší je rozšířit rozsah oběma směry. Ve vzorci bylo odečteno 1, protože hodnota φ_{\min} odpovídá digitální hodnotě 0, a hodnota $\varphi_{\min} + \Delta\varphi(2^b - 1)$ digitální hodnotě $2^b - 1$.

Takto nastavený rozsah může však být mnohonásobně větší, než je potřebné. Je možné ho zkrátit zvolením podílového inkrementu úhlu ve fyzikálních jednotkách

$$\Delta\hat{\varphi} = \frac{360^\circ}{4 p n_i r}, \quad r = \left\lfloor \frac{\Delta\varphi(2^b - 1)}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}} \right\rfloor. \quad (8)$$

V binární reprezentaci pak bude z r po sobě následujících hodnot realizovaná vždy jen jedna, bude však přesně odpovídat požadovanému úhlu ve skutečných jednotkách.

■ 4.2 Úhlová rychlost

■ 4.2.1 Statické rozlišení (kvantovací chyba)

Úhlová rychlost s použitím jednoho čítače při vzorkování času s periodou Δt , resp. Vzorkovací frekvencí $\nu_{vz} = 1/\Delta t$ (viz (1)), je dána vztahem

$$\omega(\varphi) = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t(\varphi)} = 60 \frac{i_\omega}{p} \frac{1}{t(\varphi) - t(\varphi - \Delta\varphi)} [\text{RPM}] \doteq 60 \frac{i_\omega}{p} \frac{\nu_{vz}}{n} [\text{RPM}], \quad n \in \mathbb{N}. \quad (9)$$

Úhlová rychlost je tedy určena (pokud se nezměnilo její znaménko) z n cyklů čítače. Hodnota n při zadaných parametrech měření (počet pulsů enkodéru p , počet pulsů, přes které se rychlost měří, i_ω a vzorkovací frekvence ν_{vz}) jednoznačně odpovídá úhlové rychlosti ω podle vztahu nepřímé úměry

$$n(\omega) = \left\lfloor 60 \frac{i_\omega}{p} \frac{\nu_{vz}}{\omega [\text{RPM}]} \right\rfloor. \quad (10)$$

Pokud je tedy úhlová rychlost měřena v rozsahu $\langle \omega_{\min}, \omega_{\max} \rangle$, ve kterém úhlová rychlost nemění znaménko (předpokládejme bez újmy na obecnosti, že je kladná), lze udělat horní odhad počtu možných hodnot rychlosti jako rozdíl $n(\omega_{\min}) - n(\omega_{\max})$. Kvantovací chyba měření rychlosti pro rychlost v [RPM] v daném rozsahu pro 16-bitový výstup je tedy přibližně

$$\delta_\omega = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{2 \text{Min}(n(\omega_{\min}) - n(\omega_{\max}), 2^{16})} \doteq \text{Max} \left(p \frac{\omega_{\min} \omega_{\max}}{60 i_\omega \nu_{vz}}, \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{2^{16}} \right) / 2. \quad (11)$$

■ 4.2.2 Optimální nastavení

Jediným parametrem, který lze v konkrétním případě měření měnit, je počet pulsů, přes které se měří rychlost i_ω . Za předpokladu, že úhlová rychlost nemění během měřeného pohybu své znaménko, v následujícím je např. Kladná, je z hlediska minimální kvantovací chyby optimální nastavení tohoto parametru rovno

$$i_{\omega} = \left[n_{\max} \frac{p}{60 v_{\text{vz}}} \frac{\omega_{\min} \omega_{\max}}{\omega_{\max} - \omega_{\min}} \right] \text{ pro rychlost [RPM]}, \quad (12)$$

kde n_{\max} je maximální počet hodnot, kterých by rychlost mohla teoreticky dosahovat, obvykle většinové procento z celkového počtu hodnot daného digitálním rozlišením 2^b .

Takto získaný parametr i_{ω} však může být i relativně vysoký. Měření rychlosti přes velký počet pulsů pak způsobuje velké zpoždění výstupních hodnot (musí se proměřit mnoho pulsů, než může být jedna výsledná hodnota vypočtena). Rozhodně by také neměla být rychlost měřena přes větší úhlový interval, než který odpovídá polovině Nyquistovy řádové periody (tedy převrácené hodnotě z dvojnásobku Nyquistovy řádové frekvence) pro měření rychlosti. Pak by totiž měřením docházelo k nevratné redukci informačního rozsahu úhlové rychlosti a k jejímu znečištění aliasingem. Jaká je maximální optimální hodnota parametru i_{ω} je ovšem obvykle neznámé, je možné ji určit buď pokusným měřením a výpočtem jejího frekvenčního obsahu, nebo odhadem na základě povahy měřeného děje. Obecně doporučujeme volit alespoň $p/i_{\omega} \geq 90$, tedy hodnota úhlové rychlosti je vypočtena každé 4° pootočení.

Pokud měřená rychlost mění během pohybu znaménko, není uvedený postup platný. Při úhlových rychlostech blízkých nule dosahuje počet realizovaných cyklů čítače n velmi vysokých hodnot. V těchto případech se jeví jako vhodné použití algoritmu dynamické změny parametru i_{ω} , jak bude popsáno níže. Maximální přípustné i_{ω} je vhodné volit podle vztahu (12) s parametrem $\hat{\omega}_{\max} = \text{Max}(|\omega_{\min}|, |\omega_{\max}|)$, $\hat{\omega}_{\min} = \hat{\omega}_{\max} / 4$.

■ 4.2.3 Výpočet diferenčního úhlu integrací úhlové rychlosti

Při přímém měření úhlu čítáním jednotlivých hran, jak bylo popsáno výše, je minimální velikost úhlového kroku daná převrácenou hodnotou počtu pulsů snímače. Pro analýzu torzních kmitů, tedy měření rozdílu dvou úhlů však může být takové rozlišení nedostatečné. Je možné použít alternativní metodu výpočtu úhlu numerickou integrací naměřené úhlové rychlosti, resp. rozdílu dvou úhlových rychlostí. Předpokládejme pro jednoduchost měření rozdílu úhlových rychlostí (bez převodu) shodnými snímači s p pulsy. Rozdíl úhlů $\varphi = \varphi_B - \varphi_A$ v $i + 1$. kroku měření můžeme spočítat jako

$$\begin{aligned} \varphi_{i+1} &= \varphi_B(t_{i+1}) - \varphi_A(t_{i+1}) = \\ &= \varphi_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} (\omega_B(\tau) - \omega_A(\tau)) d\tau \doteq \varphi_i + (\omega_B(t_{i+1}) - \omega_A(t_{i+1})) (t_{i+1} - t_i). \end{aligned} \quad (13)$$

Úhlová rychlost je, jak již bylo popsáno výše, určena počtem kroků n čítače měřicího čas pracujícího se vzorkovací frekvencí v_{vz} (viz (9)). Integrační čas je také určen časovou délkou pulsu, řekněme snímače A. Dosazením získáme

$$\begin{aligned} \varphi_{i+1} &= \varphi_i + \frac{60 v_{\text{vz}}}{p} \left(\frac{1}{n_B} - \frac{1}{n_A} \right) \frac{n_A}{v_{\text{vz}}} = \\ &= \varphi_i + \frac{60 v_{\text{vz}}}{p n_B} (n_A - n_B) \frac{1}{v_{\text{vz}}} = \varphi_i + \frac{\omega_B[\text{RPM}]}{6 v_{\text{vz}}} (n_A - n_B). \end{aligned} \quad (14)$$

Je patrné, že kvantovací chyba (polovina rozdílu $\varphi_{i+1} - \varphi_i$) již není explicitně závislá na počtu pulsů použitého snímače, ale na vzorkovací frekvenci čítače času v_{vz} a přibližně střední hodnotě úhlové rychlosti, na které jsou torzní kmity superponované. Vzorkovací frekvence v_{vz} může být o několik řádů vyšší než počet pulsů snímače na otáčku. Tímto postupem je tedy možné zachytit torzní kmity běžně o 3 až 4 řády menší, než přímým měřením rozdílu úhlu podle vztahu (4).

5. Analýza chyb měření s enkodéry

Měření s enkodéry podléhá mnoha různým zdrojům chyb. V předchozím textu byly analyzovány jednotlivé chyby vlastní měřicí metody. V následujícím textu se pokusíme alespoň v krátkosti představit a okomentovat význam dalších možných chyb.

■ 5.1 Chyba vlivem nepřesné délky pulsů enkodérů

V dosavadním textu jsme předpokládali dokonale přesně vyrobené inkrementální snímače se vzdáleností jednotlivých pulsů přesně shodnými a rovnými úhlovému intervalu $\Delta\varphi$. Uvažujme nyní nepřesně vyrobený puls délky $\Delta\varphi + \delta_p = (1 + q)\Delta\varphi$. (Necht' následující puls pak má délku $\Delta\varphi - \delta_p = (1 - q)\Delta\varphi$.) Přesně naměřená úhlová rychlost by byla rovna $\omega = \Delta\varphi / \Delta t$. Předpokládejme, že v celém úhlovém intervalu se úhlová rychlost mění s konstantním úhlovým zrychlením ε . Vlivem nepřesného úhlového intervalu je naměřena úhlová rychlost $\hat{\omega} = \Delta\varphi / (\Delta t + \delta t)$, kde časová odchylka $\delta t = \delta_p / \omega'$, $\omega' = \omega + \varepsilon \Delta t / 2$ je úhlová rychlost dosažená na konci úhlového intervalu $\Delta\varphi$, kde dochází k zmíněné časové odchylce. Určeme chybu výpočtu úhlové rychlosti $\delta_{p\omega} = \omega - \hat{\omega}$

$$\delta_{p\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} - \frac{\Delta\varphi}{\Delta t + \delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \frac{\delta_p}{\omega'} \frac{1}{\Delta t + \frac{\delta_p}{\omega'}} = \frac{\delta_p \omega}{\omega' \Delta t + \delta_p} = \frac{\delta_p}{\Delta\varphi + \delta_p + \varepsilon \Delta t / 2} \omega. \quad (15)$$

V případě konstantní úhlové rychlosti ω v celém úhlovém intervalu $\Delta\varphi$, tedy pro nulové úhlové zrychlení ε , se vztah (15) redukuje a získáme relativní chybu úhlové rychlosti rovnou $\frac{q}{1+q}$. Pro relativní chyby šířky pulsů snímače q menší než 0.1%, což je obvyklé, je tato relativní chyba úhlové rychlosti přibližně rovna q . Pokud je chybný pouze jeden puls a v následujícím pulsu je chyba šířky pulsu korigována, bude následující chyba úhlové rychlosti co do velikosti shodná a bude působit v opačném směru. Přírůstek nejistoty měření vlivem nepřesné velikosti pulsu inkrementálního snímače je tedy $q\omega$.

Podobně lze ukázat, že relativní chyba úhlového zrychlení je také přibližně rovna q .

Závěrem je tedy možné shrnout, že při měření úhlové rychlosti a zrychlení přes celý počet pulsů enkodéru je relativní chyba měření přibližně shodná s relativní chybou velikosti pulsů enkodéru. S kvalitními snímači např. firmy Heidenhain je tedy reálně zanedbatelná až neměřitelná, neboť se vyhodnocuje naráz celé pole rysek, čímž se chyby jednotlivých rysek výrazně redukují. Při reálných testech starších typů snímačů byla naměřena chyba menší než 0.1%.

Chybu je ovšem možné velmi dobře sledovat při měření úhlové rychlosti přes méně než 1 puls snímače, např. mezi každou následující hranou pulsů A a B. Vzájemný posuv signálů A a B je totiž mnohem méně přesný než perioda pulsů. Ještě k významnějším chybám dochází měřením rychlosti a zrychlení přes necelý počet pulsů s použitím interpolátorů. Zařízení DMU proto tuto variantu při použití vestavěného interpolátoru vůbec neumožňuje.

■ 5.2 Chyba vzniklá nepřesným měření času použitého pro výpočet rychlosti a zrychlení

Zařízení DMU měří čas pomocí čítačů v programovatelném hradlovém poli se vzorkovací frekvencí 100 MHz. Taktovací frekvence hradlového pole je určena použitým krystalem a nemusí být zcela přesná. V případě použití levného krystalu může být navíc i částečně teplotně závislá. Krystaly také stářím ztrácí svou přesnost. V přístrojích DMU jsou krystaly s přesností 50 ppm při teplotách -20 až 70 °C stárnoucí nejvýše o 5 ppm / rok.

■ 5.3 Chyba vlivem reálných vlastností propojovacích kabelů

Reálné kabely propojující enkodéry se zařízením DMU mají nenulovou měrnou kapacitu a indukčnost. To způsobuje zkreslení hran pulsů jdoucích z enkodéru, a tedy také ovlivňuje výskyt události na trigerovacím hradle vyhodnocovací jednotky v DMU. Tento jev je navíc frekvenčně závislý, dopravní zpoždění pulsu na kabelu je tedy závislé na aktuální úhlové rychlosti. Z toho důvodu je vhodné používat kvalitní stíněné kabely s co nejnižší měrnou indukčností a kapacitou a co nejkratších délek. Ve starších verzích přístroje DMU (verze 3) byl problém řešen vyhodnocením pulsů z enkodéru v modulu vstupních zesilovačů umístěných velmi blízko u vlastního snímače. Toto řešení však bylo nákladnější, komplikovanější a především každý modul vstupních zesilovačů musel obsahovat vlastní krystal taktující zpracování signálů. Tyto krystaly i při pečlivé volbě měly mírně odlišné parametry, což způsobovalo systematickou chybu při měření diferenciálních úhlových rychlostí.

Velikost této nejistoty měření je obtížné obecně určit. Pro běžné levné LPT kabely krátkých délek (cca do 10m) nedochází k žádnému významnému přetvarování pulsů enkodéru. Pro větší délky jsou používány kvalitní stíněné kabely tak, aby vzniklá chyba neměla významný vliv na měřený signál. Obecně je možné konstatovat, že při volbě vhodného kabelu délky do 40 m a při běžných frekvencích pulsů do 15 kHz není chyba větší než 0.1%.

■ 5.4 Torzní kmity snímačů

V závislosti na použitém typu snímače je možné detekovat torzní kmity hřídele snímače (pro snímače s hřídelí) nebo torzní kmity statoru snímače (pro snímače s dutým hřídelem, které mají rotor pevně přichycen k měřené hřídeli a stator uchycen pružně). Po vybuzení např. rázem na měřenou hřídeli mohou být i relativně významné. Jejich velikost závisí především na tlumení v použitém snímači, torzní tuhosti použité spojky, resp. uchycení snímače, a velikosti budícího rázu. Torzní kmity v úhlu jsou obvykle nejvýše na hranici kvantovací chyby měření úhlu (nejvyšší naměřené torzní kmity z naší praxe měly amplitudu 0.02°). Torzní kmity se však mohou významně projevit při měření úhlové rychlosti a zrychlení. Nejvyšší naměřené torzní kmity v záznamu úhlové rychlosti kolísaly v rozsahu 390 ÷ 710 RPM s frekvencí přibližně 1 kHz. Úhlové zrychlení přesáhlo velikost 240 000 rad / s².

Pro posouzení vlivu tlumení můžeme analyzovat jednoduchý model torzních kmitů snímačů s hřídelí připevněných pomocí homokinetické spojky k měřené hřídeli. Použijeme model torzních kmitů s Coulombovským třením

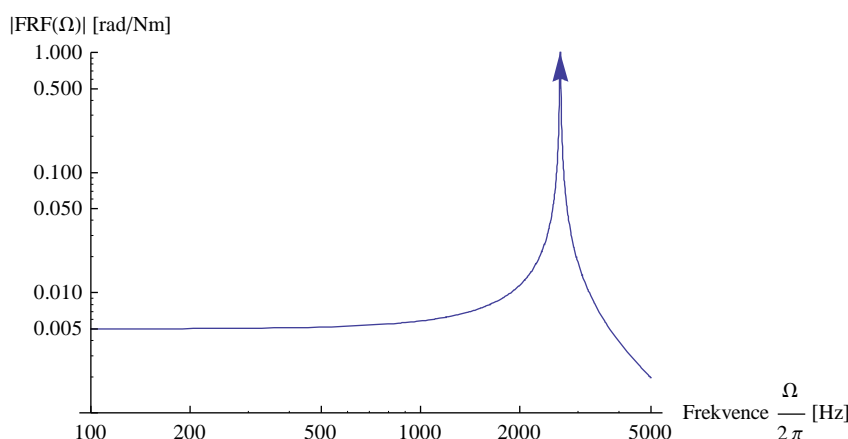
$$I \ddot{\varphi} + I_R \frac{\dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}|} + k \varphi = M, \quad (16)$$

kde I je moment setrvačnosti použitého enkodéru spolu s přírubou homokinetické spojky k němu připojené, k je torzní tuhost homokinetické spojky a I_R je třecí moment. Je zanedbána tuhost hřídele enkodéru a předpokládáme připojení k měřené hřídeli, která má velmi vysoký moment setrvačnosti. Model platí i pro posouzení relativních torzních kmitů φ superponovaných na hřídel rotující konstantní úhlovou rychlostí.

Běžné enkodéry mají malý třecí moment I_R . Pro běžné hodnoty počátečních podmínek φ_0 a ω_0 je možné parametr I_R zanedbat. Pro nulový třecí moment I_R je frekvenční přenos dán vztahem

$$|\text{FRF}(\Omega)| = \frac{1}{k - I\Omega^2}, \quad (17)$$

což odpovídá rezonanční frekvenci $f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/I}$. Amplituda přenosové funkce v tomto případě nezávisí na počátečních podmínkách φ_0 a ω_0 . Průběh amplitudy přenosové funkce pro tento případ je znázorněn pro snímač 2 na obrázku 1.



Obr. 1: Přenosová funkce torzních kmitů bez vlivu tlumení třením (podle vztahu (17)) pro snímač 2. Amplituda v okolí rezonanční frekvence inklinuje k nekonečné hodnotě.

Rezananční frekvence z uvedených vztahů jsou pro enkodér 1 $f_r = 3400$ Hz a pro enkodér 2 frekvence $f_r = 2656$ Hz.

Závěrem je tedy možné formulovat doporučení používat enkodéry a homokinetické spojky zajišťující co nejvyšší rezonanční frekvenci, tedy enkodéry s co nejmenším momentem setrvačnosti (hřídel s co nejmenším poloměrem) a homokinetické spojky s vyšší torzní tuhostí (přitom však takovou, aby nebyla příliš namáhána jemná ložiska použitých enkodérů vlivem nedokonale sousého spojení s měřenou hřídelí). Nabídka homokinetických spojek na trhu však není příliš rozsáhlá.

Pokud je frekvenční obsah měřené úhlové rychlosti a zrychlení dostatečně menší než vlastní frekvence torzních kmitů snímače, je možné vlastní kmity eliminovat vhodným nastavením počtu pulsů, přes které se rychlost a zrychlení měří. Měření přes určitý počet pulsů odpovídá vlastně měření střední hodnoty rychlosti, resp. Zrychlení v daném úhlovém intervalu. V postprocessingu je možné vlastní kmity také velmi dobře filtrovat např. nekauzálními klouzavými průměry (s nulovým fázovým posuvem) přes vhodný počet bodů. Je-li f_{vz} vzorkovací frekvence, se kterou byla data pořízena, buď $n = \lfloor f_{vz} / f_r / 2 \rfloor * 2 + 1$, postačí obvykle nekauzální klouzavé průměry postupně přes $n - 2$, n a $n + 2$ bodů.

■ 5.5 Nesouosé umístění snímačů vůči měřené hřídeli

Přesné souosé umístění snímače vůči měřené hřídeli je velmi obtížné. Spojení hřídele snímače s měřenou hřídelí je možné např. použitím homokinetické spojky. Ve skutečnosti však tyto spojky nikdy nejsou dokonale homokinetické. Na měřené rychlosti je tedy nasuperponována relativní rychlost mezi měřenou hřídelí a hřídelí enkodéru. Ve spektru se obvykle objevuje jako jedna nebo i více harmonických složek s dominantní první nebo druhou harmonickou složkou. Detailní analýza vlivu nesouososti je komplikovaná a přesahuje rozsah této práce. Zjednodušené řešení pro malé hodnoty nesouososti pomocí Laplaceovy transformace je možné nalézt např. v lit. [23].

Chyba vlivem nesouososti může být i poměrně významná. Vhodné montáži snímače je tedy nutné věnovat patřičnou pozornost. Chybu je možné redukovat použitím snímačů montovaných přímo na měřenou hřídel, které jsou ovšem dražší, nejsou tak široce použitelné a vyvolávají problémy s torzně tuhým, ale lineárně poddajným uchycením statoru snímače. Při měření relativních torzních kmitů (mezi konci hřídele) je někdy možno chybu změřit staticky (protáčením při nízkých úhlových rychlostech) a odečíst ji od dynamických měření.

■ 5.6 Nedokonalé uložení měřené hřídele

Nežádka probíhá měření na opotřebovaném stroji. Ložiska, ve kterých je umístěna měřená hřídel, mohou mít značné vůle. Měřená hřídel pak neprovádí dokonalý rotační pohyb, ale obecně i velmi komplikovaný precesní pohyb. Tento pohyb způsobuje proměnnou nesouosost spojení enkodéru a měřené hřídele, v některých případech může velmi významně namáhat homokinetickou spojku až k její destrukci. Proměnné nesouosé uložení způsobuje superpozici obecně komplikovaného průběhu relativní rychlosti mezi měřenou hřídelí a hřídelí enkodéru na průběh měřené úhlové rychlosti. Tyto chyby je velmi obtížné odstranit. Je možné je redukovat použitím homokinetické spojky s nižší torzní tuhostí nebo dvou spojek s vloženou hřídelí, ovšem za cenu snížení rezonanční frekvence torzních kmitů snímače, jak bylo popsáno výše.

■ 5.7 Chyba vzorkování v závislosti na úhlu pootočení vlivem torzních kmitů enkodéru

Dochází-li k ovlivnění měřené úhlové rychlosti např. torzními kmity enkodéru, ovlivňuje to při sběru dat v závislosti na úhlu pootočení okamžik, kdy jsou pořízena data dalších měřených veličin (síly, zrychlení...). Zatímco se předpokládá sběr dat v okamžicích rovnoměrně rozmístěných úhlových poloh měřené hřídele, sběr dat je proveden v rovnoměrně rozmístěných úhlových pozicích torzně kmitající hřídele enkodéru. Pro transformaci funkce naměřené v závislosti na úhlu pootočení ovlivněném torzními kmity snímače je možné použít úhlovou rychlost s filtrovaným rezonančním pásmem.

■ 5.8 Celková nejistota měření

Shrňme nyní jednotlivé nejistoty měření z různých zdrojů tak, jak byly popsány v předchozím textu pro popsanou metodiku měření a optimální nastavení přístroje. Budeme zvláště analyzovat nejistotu měření úhlu a nejistotu měření úhlové rychlosti. Protože měřené úhlové zrychlení má pouze orientační charakter, jeho nejistota analyzována nebude. Vzhledem k digitálnímu charakteru měřicího řetězce (počínaje digitálním signálem z enkodérů, přes jeho digitální přesnost a zpracování až po digitální záznam), systém prakticky neobsahuje náhodné chyby a nejistoty typu A, ale prakticky pouze systematické, byť komplikované a někdy nekorigovatelné chyby a nejistoty typu B. Pro jejich určení obvykle není k dispozici jiný způsob, není tedy možné chybu analyzovat statisticky. Budeme tedy vycházet z uvedených odvození a kvalifikovaných odhadů. Do nejistoty měření nebyly zahrnuty chyby vzniklé torzními kmity snímačů, nesouosým umístěním snímače a nedokonalým uložením měřené hřídele, neboť tyto chyby nejsou závislé na měřicí metodě a obvykle mohou být uživatelem korigovány.

No	Zdroj nejistoty	Označení zdroje	Mezní chyba z_{\max} [deg]	Viz vztah	Rozdělení mezní chyby	Přepočet χ	Nejistoty U_B
1	Kvantovací chyba	$\delta\varphi$	$\frac{45}{p n_i}$	(5)	Rovn.	$\sqrt{3}$	$\frac{45}{p n_i}$ [deg]

Tabulka 1: Tabulka nejistot měření úhlu pootočení metodikou popsanou ve třetí kapitole s optimálním nastavením podle čtvrté kapitoly

No	Zdroj nejistoty	Označení zdroje	Mezní chyba z_{\max} [RPM]	Viz vztah	Rozdělení mezní chyby	Přepočet χ
1	Kvantovací chyba	$\delta\omega$	$\text{Max}\left(3 \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{2^{14}}, \frac{3 \omega_{\min} \omega_{\max}}{4 \times 10^8}\right)$	(XXX)	Rovn.	$\sqrt{3}$
2	Nepřesnost pulsů	$\delta_p \omega$	$10^{-3} \omega$	(15)	Normální	2
3	Nepřesné měření času	$\delta_t \omega$	$50 \times 10^{-6} \omega$		Normální	2
4	Vliv kabelů	$\delta_c \omega$	$10^{-3} \omega$		Rovn.	$\sqrt{3}$
	Celkem U_B	$U_B = \sqrt{\sum u_{Bi}^2}$	$\sqrt{5.8 \times 10^{-7} \omega^2 + m} \leq 7.7 \times 10^{-4} \omega$ [RPM], kde $m = \text{Max}(1.9 \times 10^{-17} \omega_{\max}^2 \omega_{\min}^2, 1.1 \times 10^{-8} (\omega_{\max} - \omega_{\min})^2)$			

Tabulka 2: Tabulka nejistot měření úhlové rychlosti metodikou popsanou ve třetí kapitole s optimálním nastavením podle čtvrté kapitoly

Pro běžně používaný snímač s 3600 pulsů na otáčku bez interpolace je celková nejistota měření úhlu pootočení 0.0125° . Pro úhlovou rychlost je člen m z celkové nejistoty měření U_B o dva a více řádů menší než první člen, proto jsme ho zahrnuli do prvního členu s určitou rezervou.

6. Fourierova transformace pro nerovnoměrně vzorkované signály

Fourierova transformace jako obecný matematický operátor i jako způsob vyhodnocení diskretních rovnoměrně vzorkovaných dat je detailně zpracována na mnoha místech. Není tomu tak ale pro nerovnoměrně vzorkované signály, jimiž jsou např. data vzorkovaná v závislosti na úhlu pootočení referenční hřídele.

Při digitálním zpracování signálů se data zaznamenávají v diskretních okamžicích t_k , $k \in \mathbb{Z}$. Matematicky lze vztah mezi sledovanou spojitou funkcí y a skutečně zaznamenanou funkcí y^Σ vyjádřit opět pomocí součinu s Diracovými funkcemi

$$y^\Sigma(t) = y(t) w(t), \text{ kde } w(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_k). \quad (18)$$

Funkce $w(t)$ se obvykle označuje *Diracův hřeben*. Pro Fourierův obraz pak platí

$$Y^\Sigma(\nu) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} y(t_k) e^{-2\pi i \nu t_k} = Y(\nu) * W(\nu), \quad (19)$$

$$\text{kde } W(\nu) = \mathcal{F}(w)(\nu) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{2\pi i \nu t_k}.$$

Funkci W nazýváme *spektrálním oknem*. Pro rovnoměrně rozložené okamžiky $t_k = k \Delta t$ přechází Diracův hřeben v tzv. *periodickou distribuci*. Pro nerovnoměrně rozmístěné okamžiky t_k však obecně žádné zjednodušení neexistuje. Původní spektrum $Y(\nu)$ je "znečištěno" konvolucí se spektrálním okénkem. Tento jev se obecně nazývá *aliasing*.

Při zpracování digitálních dat pracujeme pouze s konečným počtem vzorků N . Formálně vypočtené diskretní Fourierovo spektrum $Y_N(\nu)$ je pak od původního odvozeno vztahem

$$Y_N(\nu) = \sum_{k=0}^{N-1} y(t_k) e^{-2\pi i \nu t_k} = Y(\nu) * W_N(\nu), \quad (20)$$

$$\text{kde } W_N(\nu) = \sum_{k=0}^{N-1} e^{-2\pi i \nu t_k}, \quad Y(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-2\pi i \nu t} dt.$$

Výpočet skutečného spektra funkce z nerovnoměrně vzorkovaných dat vede na problém dekonvoluce vlivu spektrálního okna z formálního DFT. Tato dekonvoluce však nemusí být obecně jednoznačná či dokonce nemusí existovat. Algoritmus této dekonvoluce je nastíněn v následující kapitole.

7. Numerická transformace frekvenčních a řádových spekter a časových a úhlových dat

Podobně jako dříve mějme funkci y , která může být vyjádřena jako funkce času $y(t)$ nebo jako funkce úhlu pootočení referenční hřídele $y(\varphi)$. Tyto dvě reprezentace jsou svázány úhlovou rychlostí referenční hřídele, která může být opět vyjádřena jako funkce času $\omega(t)$ nebo jako funkce úhlu pootočení referenční hřídele $\omega(\varphi)$. Nejprve nechť je funkce y a úhlová rychlost ω vzorkována úhlově rovnoměrně se vzorkovacím krokem $\Delta\varphi$. Počet vzorků $N + 1 = 2\pi R / \Delta\varphi$ nechť je zvolen tak, že vzorky pokrývají celý počet otáček R referenční hřídele. Předpokládejme dále, že funkce $y(\varphi)$ je periodická s periodou 2π , tedy jedné otáčky referenční hřídele. Tato úhlová perioda odpovídá v časové reprezentaci určité časové periodě T , která může být z úhlově vzorkovaných dat odhadnuta jako $T = \tau_{N+1} / R$, kde τ_{N+1} je určeno podle vztahu

$$\tau_k = t(\varphi_k) = \sum_{j=0}^{k-1} \frac{\Delta\varphi}{\omega(\varphi_j)}. \quad (21)$$

Pro časově rovnoměrně vzorkovaná data je tato perioda přirozeně $T = (M + 1) \Delta t$, kde M je počet vzorků na otáčku při časovém vzorkování. Nyní označme vektory úhlově a časově rovnoměrně vzorkovaných dat a vektory Fourierových a řádových Fourierových koeficientů podle notace již naznačené výše, a dále vektory nerovnoměrně rozmístěných vzorkovacích bodů v časové a úhlové oblasti následovně:

$$\begin{aligned} y^\varphi &= \{y(\varphi_0), \dots, y(\varphi_N)\}^T, \quad \varphi_k = k \Delta\varphi, \\ y^t &= \{y(t_0), \dots, y(t_M)\}^T, \quad t_k = k \Delta t, \\ Y^\varphi &= \{Y_{-[N/2]}^\varphi, \dots, Y_{[N/2]}^\varphi\}^T, \quad Y_{-k}^\varphi = \overline{Y_k^\varphi}, \\ Y^t &= \{Y_{-[M/2]}^t, \dots, Y_{[M/2]}^t\}^T, \quad Y_{-k}^t = \overline{Y_k^t}, \\ \tau &= \{0, \tau_1, \dots, \tau_N\}^T, \quad \tau_k = t(\varphi_k), \quad 0 \leq k \leq N. \end{aligned} \quad (22)$$

Definujme dále pomocné vektory celých čísel vyjadřující pořadí frekvenční složky

$$\begin{aligned} e^K &= \{-[K/2], \dots, [K/2]\}^T, \\ e_0^K &= \{0, \dots, K\}^T. \end{aligned} \quad (23)$$

Vektory y^φ , y^t , Y^φ a Y^t reprezentují naměřená a žádaná data. S jejich pomocí vyjádříme Fourierovu dopřednou a inverzní diskretní transformaci v maticové podobě. Pomocí maticového součinu (značeno tečkou) můžeme definovat následující matice

$$\begin{aligned} E^\varphi &= \text{Exp}\left(\frac{2\pi i}{N+1} e_0^N \cdot (e^N)^T\right), \quad \text{tzn. } (E^\varphi)_{j,k} = e^{\frac{2\pi i j(k-[N/2])}{N+1}}, \quad 0 \leq j, k \leq N, \\ E^t &= \text{Exp}\left(\frac{2\pi i}{M+1} e_0^M \cdot (e^M)^T\right), \quad \text{tzn. } (E^t)_{j,k} = e^{\frac{2\pi i j(k-[M/2])}{M+1}}, \quad 0 \leq j, k \leq M, \\ E^\tau &= \text{Exp}\left(\frac{2\pi i}{T} \tau \cdot (e^M)^T\right), \quad \text{tzn. } (E^\tau)_{j,k} = e^{\frac{2\pi i \tau_j(k-[M/2])}{T}}, \quad 0 \leq j \leq N, \\ &\quad 0 \leq k \leq M. \end{aligned} \quad (24)$$

S takto zavedeným značením můžeme dopřednou a inverzní diskretní Fourierovu transformaci vyjádřit v maticové podobě

$$\begin{aligned}
Y^t &= \frac{1}{M+1} (E^t)^* \cdot y^t, \quad y^t = E^t \cdot Y^t, \\
Y^\varphi &= \frac{1}{N+1} (E^\varphi)^* \cdot y^\varphi, \quad y^\varphi = E^\varphi \cdot Y^\varphi.
\end{aligned}
\tag{25}$$

Pak také hodnoty úhlově vzorkovaných dat y^φ mohou být vyjádřeny pomocí Fourierovy řady, což je možné v maticové podobě zapsat jako

$$\begin{aligned}
y^\varphi &= E^\tau \cdot Y^t = \frac{1}{M+1} E^\tau \cdot (E^t)^* \cdot y^t, \\
Y^\varphi &= \frac{1}{N+1} (E^\varphi)^* \cdot E^\tau \cdot Y^t.
\end{aligned}
\tag{26}$$

Nyní je patrné, že dekonvoluce vlivu spektrálního okna může být pojata jako řešení systému lineárních rovnic (26). Změna vzorkování odpovídá změně souřadného systému v Hilbertově prostoru funkcí \mathcal{H}_N^T s transformační maticí odpovídající matici soustavy (26). Je možná dvojitá implementace:

- 1) buď jako řešení první soustavy rovnic vyjádříme vektor y^t ze zadaného vektoru y^φ a pak klasickou FFT technikou vypočteme frekvenční spektrum Y^t z vektoru y^t ,
- 2) nebo klasickou FFT technikou vypočteme řádové spektrum Y^φ z vektoru y^φ a pak řešením druhé soustavy rovnic vyjádříme vektor hodnot frekvenčního spektra Y^t .

Oba způsoby jsou matematicky ekvivalentní a mají podobné numerické vlastnosti. První z přístupů odpovídá interpolaci trigonometrickým polynomem, druhý přístup jasněji zjevuje vztah mezi řádovým a frekvenčním spektrem. Pro konstantní úhlovou rychlost $\omega(\varphi) = c$ jsou matice obou soustav jednotkové a obě spektra jsou shodná. Analogicky je možné odvodit opačnou transformaci z časově vzorkovaných dat na úhlově vzorkovaná.

Nyní je na místě krátká diskuse o řešení systému (26). Matice $E^\tau \cdot (E^t)^*$ a $(E^\varphi)^* \cdot E^\tau$ mají $N+1$ řádků a $M+1$ sloupců. Pro $N = M$ má systém nejvýše jedno řešení, pro $R = 1$ a úhlovou rychlost $\omega(\varphi) > 0$ právě jedno řešení. Je však výhodné, pokud $N \gg M$ a soustava je přeúčtená. Pak je možné ji řešit ve smyslu techniky nejmenších čtverců. Vyšší N může být dosaženo jednoduše, např. Sběrem dat přes několik otáček referenční hřídele $R > 1$. Takové řešení vyjadřuje nejlepší aproximaci průběhu funkce y přes R průběhů ve smyslu nejmenších čtverců a obsahuje redukci šumu v datech a běžných drobných odchylek od periodicity. Velmi se osvědčilo řešení pomocí nalezení pseudoinverzní matice systému pomocí rozkladu matice na singulární hodnoty (singular value decomposition).

Inverze, či pseudoinverze matice je přirozeně mnohem časově náročnější úkol než klasický FFT algoritmus a neexistují pro něj speciální integrované obvody, nicméně pokud je vyhodnocováno současně několik funkcí ze stejného systému, stačí provést (pseudo-)inverzi pouze jednou a použít ji pro každý zpracovávaný signál. Novou (pseudo-)inverzi je nutné počítat pouze při změně průběhu úhlové rychlosti. Typicky je také počet hledaných frekvenčních hodnot M podstatně nižší než je počet vzorků N . Rychlost výpočtu pseudoinverzní matice závisí právě na M , zatímco rychlost výpočtu FFT závisí na N .

8. Analytická souvislost mezi frekvenčními a řádovými spektry

Pokusme se nalézt přímý analytický vztah mezi frekvenčními a řádovými spektry. Budeme zkoumat jen elementární případy, které nám však poskytnou určitý teoretický náhled.

Předpokládejme opět periodický systém popsany hnací úhlovou rychlostí (např. hnacího motoru nebo hřídele vačkového mechanismu). Úhlová rychlost může být vyjádřena opět jako funkce úhlu pootočení φ nebo funkce času t . Teoretická analýza pro úhlové rychlosti zadané jako harmonické funkce času, což je v technické praxi nejčastější případ, je uvedena např. v lit. [19]. V některých případech je ovšem výhodné vyjádřit úhlovou rychlost jako harmonickou (kladnou) funkci úhlu pootočení. V nejjednodušším případě

$$\omega(\varphi) = \omega_0 + \omega_m \sin(n_\omega \varphi) = \omega_0(1 + \kappa \sin(n_\omega \varphi)), \quad n_\omega \in \mathbb{N}, \quad \kappa = \frac{\omega_m}{\omega_0} \in (0, 1). \quad (27)$$

Zde ω_0 je úhlová střední hodnota úhlové rychlosti $\omega(\varphi)$ (odlišná od časové střední hodnoty). Úhlová rychlost je periodická jako funkce úhlu pootočení s periodou $2\pi/n_\omega$.

Uvažujme nyní funkci definovanou jako

$$y(\varphi) = A_0 + a \sin(n_\omega \varphi + \varphi_0) = A_0 + a \cos(\varphi_0) \sin(n_\omega \varphi) + a \sin(\varphi_0) \cos(n_\omega \varphi). \quad (28)$$

Rozvoj funkce y ve Fourierovu řadu v závislosti na čase je

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y_n e^{\frac{2\pi i n t}{n_\omega T}}, \quad T = \frac{2\pi}{n_\omega \omega_0 \cos(\alpha)},$$

$$Y_0 = A_0 - a \cos(\varphi_0) \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right),$$

$$Y_{n n_\omega} = a \tan^n\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cot(\alpha) \left(\cos(\varphi_0) e^{i n \frac{\pi}{2}} + (-1)^n \sin(\varphi_0) \operatorname{Sign}(n) e^{i(n+1)\frac{\pi}{2}} \right), \quad (29)$$

$Y_n = 0$ pro ostatní hodnoty n .

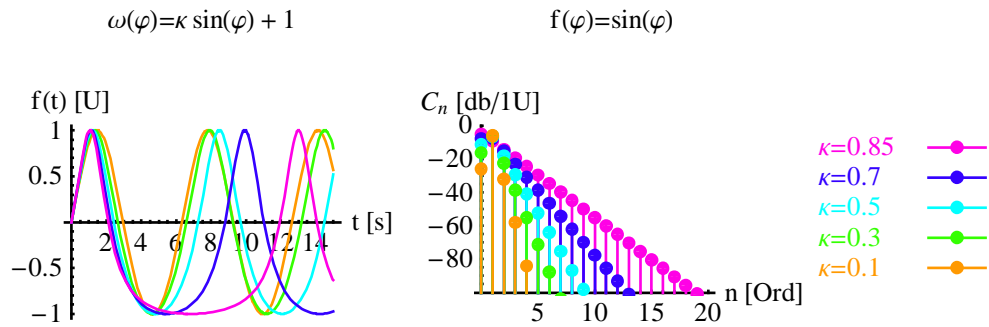
Je možné ukázat, že pro $n \neq 0$ je

$$\left| \cos(\varphi_0) e^{i n \frac{\pi}{2}} + (-1)^n \sin(\varphi_0) \operatorname{Sign}(n) e^{i(n+1)\frac{\pi}{2}} \right| = 1. \quad (30)$$

Ve spektrální analýze je obvyklé zobrazovat pouze amplitudy Fourierových koeficientů, a to v logaritmické stupnici

$$\operatorname{Log}(|Y_{n n_\omega}|) = \operatorname{Log}(|a \cot(\alpha)|) + n \operatorname{Log}\left(\left|\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right|\right) = c_0 + n c_1. \quad (31)$$

Jinými slovy, nerovnoměrnost úhlové rychlosti vybudí ve sledované funkci nekonečně mnoho frekvencí, které ubývají v logaritmické stupnici lineárně. Podobné výsledky platí i pro složitější případ úhlových rychlostí a sledovaných funkcí s více řádovými frekvencemi. Ukázka tohoto elementárního případu pro různé hodnoty parametru κ je na obr. 2.



Obr. 2: Funkce $\sin(\varphi)$ vyjádřená jako funkce času pomocí úhlové rychlosti ve tvaru $1 + \kappa \sin(\varphi)$ pro různé hodnoty parametru κ (vlevo) a její frekvenční spektrum (vpravo).

9. Závěr

Předložená práce se věnovala metodě měření úhlů, úhlových rychlostí a úhlových zrychlení a měření v závislosti na úhlu pootočení rotující hřídele pomocí inkrementální rotačních snímačů zvaných též enkodéry. Předkládaná práce se snaží doplnit bílá místa v teorii takovýchto měření.

Po zadefinování analyzované měřicí metody a jejímu vyčlenění vůči klasickým a běžně používaným metodám měření úhlových veličin ve druhé a třetí kapitole je významná část práce ve čtvrté kapitole věnována detailní analýze měřených veličin úhlu, úhlové rychlosti a úhlového zrychlení. Nejprve je diskutován vliv jednotlivých parametrů měření na měřenou veličinu, následně je navržen postup optimálního nastavení těchto parametrů v závislosti na konkrétním experimentu.

Pro optimální měření úhlu pootočení je navrženo optimální nastavení měřicího rozsahu a interpolačního faktoru tak, aby naměřená data obsahovala minimum zaokrouhlovacích chyb. Pro měření úhlové rychlosti je diskutována především velikost úhlového intervalu, přes který se úhlová rychlost měří. Pro měření ustálených dějů je předložen návrh tohoto parametru v závislosti na měřeném rozsahu úhlové rychlosti. Pro měření např. rozběhů, doběhů či kývavých pohybů stroje je popsán algoritmus dynamické změny velikosti úhlového intervalu, přes který se úhlová rychlost měří. Je předložen také algoritmus pro vysoce přesné měření diferenčních úhlů a úhlových odchylek od rovnoměrného otáčení integrací diferenční úhlové rychlosti včetně analýzy jeho vlastností.

Významnou částí je také shrnutí možných chyb měření s enkodéry. Je analyzován význam jednotlivých chyb měření a u významných je navržen postup na jejich redukci. Za zmínku stojí především analýza chyb vzniklých torzními kmity enkodérů, neboť tyto chyby se projevují prakticky v každém měření a v některých případech mohou být i významné.

Druhá část práce se věnuje především rozboru spektrální informace úhlově vzorkovaných dat. Úvodní teoretická šestá kapitola shrnuje základní poznatky o Fourierově transformaci a v závěru ukazuje významný obecný vztah mezi spektrem dat vzorkovaných rovnoměrně v čase a rovnoměrně v úhlu pootočení referenční hřídele. Ukazuje, že spektrum vypočtené z naměřených dat v jedné doméně (např. časové) je konvolucí spektra z dat naměřených v druhé doméně (např. úhlové) a tzv. spektrálního okénka, tedy spektra funkce popisující vztah mezi oběma vzorkováními.

Dekonvoluce vlivu spektrálního okénka je obecně netriviální. Za určitých zjednodušujících předpokladů je v šesté kapitole představen algoritmus této dekonvoluce pro diskrétní naměřená data, tedy přepočtu úhlově vzorkovaných dat na časově vzorkovaná a přepočtu spekter úhlově vzorkovaných dat na spektra časově vzorkovaných dat (a naopak). Tento algoritmus se redukuje na řešení soustavy lineárních rovnic, s výhodou řešené pomocí pseudoinverze transformační matice. Takový výpočet je sice řádově náročnější, než výpočet klasických FFT, v reálné praxi s ohledem na reálnou dimenzi problému a na výkon moderních počítačů to však není vážný problém.

Poslední kapitola před závěrem se snaží analyticky popsat vliv spektrálního okénka na spektra v časové a úhlové doméně. Taková analýza je možná jen pro elementární případy, ukazuje se ovšem, že vypočtené závěry jsou přibližně platné i pro komplikovanější obecné případy. Především je možné konstatovat, že jedna harmonická komponenta v úhlové rychlosti referenční hřídele vyjádřené v závislosti na úhlu pootočení vybudí pro každou harmonickou komponentu sledované funkce (např. zrychlení výstupního členu mechanismu) vyjádřené v závislosti na úhlu pootočení nekonečně mnoho složek ve frekvenčním spektru, jejichž amplitudy v logaritmické stupnici ubývají přibližně (pro elementární případy dokonce přesně) lineárně se sklonem daným mírou nerovnoměrnosti úhlové rychlosti referenční hřídele.

Použitá literatura

- [1] Beutler, F.J.: *Sampling Theorems and Bases in a Hilbert Space*, in Information and Control, vol. 4, pp. 97-117, 1961
- [2] Blank, J., Exner, P., Havlíček, M.: *Lineární operátory v kvantové fyzice*, Karolinum, Praha, 1993
- [3] Brandt, A., Lagö, T., Ahlin, K., Tůma, J.: *Main Principles and Limitations of Current Order Tracking Methods*, in Sound&Vibration, vol. 39, number 3, pp. 19-22, 2005
- [4] Čejka, V.: *Relation of Time-based and Angle-based Spectra*, in Aplimat Proceedings, 2007
- [5] Čejka, V.: *Numerical transformation of Time-based and Angle-based Spectra*, in Aplimat Proceedings, 2007
- [6] Čejka, V., Šidlof, P., Václavík, M.: *Method for Evaluation of Behaviour of Mechanisms and Gears Using Angular-based Measurements*, Proceedings of 6. Kolloquium Getriebetechnik, pp. 101-113, Aachen, 2005
- [7] Deeming, T.J.: *Fourier Analysis with Unequally-Spaced Data*, in Astrophysics and Space Science, vol. 36, pp. 137-158, 1975
- [8] Gaberson, H.A.: *A Comprehensive Windows Tutorial*, in Sound&Vibration, vol. 40, Number 3, pp. 14-23, 2006
- [9] Gade, S., Herlufsen, H., Konstantin-Hanse, H., Wismer, N.J.: *Order Tracking Analysis*, Brüel&Kjaer Technical Review, vol. 2, 1995
- [10] Gade, S., Herlufsen, H., Konstantin-Hanse, H., Vold, H.: *Characteristics of the Vold-Kalman Order Tracking Filter*, Brüel&Kjaer Technical Review, vol. 1, 1999
- [11] Kuhn, J.R.: *Recovering Spectral Information from Unevenly Sampled Data: Two Machine-Efficient Solutions*, The Astronomical Journal, Vol. 87, Number 1, pp. 196-202, 1982
- [12] Lomb, N.R.: *Least-squares Frequency Analysis of Unequally Spaced Data*, in Astrophysics and Space Science, vol. 39, pp. 447-462, 1975
- [13] Press, W. H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T.: *Spectral Analysis of Unevenly Sampled Data*, in Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, Reprinted 1999., ISBN 0-521-43108-5, 1992
- [14] Randall, R.B.: *Frequency Analysis*, Brüel&Kjaer, ISBN 87 87355 07 8, 1987
- [15] Scargle, J.D.: *Studies in Astronomical Time Series Analysis II: Statistical Aspects of Spectral Analysis of Unevenly Spaced Data*, in The Astrophysical Journal, vol. 263, pp 835-853, 1982
- [16] Swan, P.R.: *Discrete Fourier Transform of Non-Uniformly Spaced Data*, The Astronomical Journal, Vol. 87, Number 11, pp. 1608-1615, 1982

- [17] Šidlof, P., Svoboda, M.: *Dynamické vyšetřování mechanismů na základě digitálního měření okamžité úhlové rychlosti*, Strojírnoství, vol. 34, pp. 267-273, 1984
- [18] Šidlof, P., Čejka, V., Škop, P.: *Method for Vibration and Noise Reduction of Loom Shed Mechanisms*, Proceedings International Conference on Vibrational Problems, Liberec, 2003
- [19] Tůma, J.: *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*, Sdělovací technika, ISBN 80-901936-1-7, 1997
- [20] Tůma, J.: *Principle and Software Tools for Machine-shaft Angular-Vibration Measurements*, in Colloquium Dynamics of Machines, Prague, 2005
- [21] Votrubeč, V.: *Měření torzních kmitů hřídelů pomocí fázové demodulace signálu*, Diplomová práce, Technická univerzita v Liberci, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti, 2009
- [22] Weisstein, E.W.: *"Hypergeometric Function."* From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/HypergeometricFunction.html>
- [23] Wolf, K.: *"Diagnostika součástí regulátorů tkacího stroje."*, Kandidátská disertační práce, Technická univerzita v Liberci, Fakulta textilní, 1985

Přehled publikací

Čejka V.: *New Datatype for Discrete Signal Processing*, Prague Mathematica Conference 2008, <http://www.wolfram.com/services/seminars/prague2008/schedule.html>, <http://www.mathematica.cz/dokumenty-prezentace.php>

Čejka, V., Šidlof P.: *Signal Processing in Angular and Time Domain*, 9th International Mathematica Symposium 2008, Maastricht 2008, http://bmiaserver.bmt.tue.nl/eProceedings/WWW/IMS_2008_e-Proceedings.html

Čejka, V.: *Relation of Time-based and Angle-based Spectra*, 6th International Conference APLIMAT 2007, Bratislava, 2007, ISBN: 978-80-969562-8-9

Čejka, V.: *Numerical Transformation of Time-based and Angle-based Spectra*, 6th International Conference APLIMAT 2007, Bratislava, 2007, ISBN: 978-80-969562-8-9

Čejka, V., Pustka, M.: *Vliv nerovnoměrnosti otáčení na spektrum signálu*, 4. Setkání uživatelů PULSE, Zátoňské Dvory, 2006, ISBN 80-239-7070-4

Čejka, V., Šidlof, P., Václavík, M.: *Method for Evaluation of Behavior of Mechanisms and Gears Using Angular-based Measurements*, 6. Kollogium Getriebetechnik, Aachen, 2005, str. 101-113, ISBN 3-86130-773-1

Šidlof, P., Svoboda, M., Čejka, V.: *Vývoj nové generace dvoukanálové soupravy DMU 4 pro precizní dynamická měření úhlových rychlostí, úhlových zrychlení a úhlů*, Konference Výzkumného centra Textil, Liberec, 2004

Šidlof, P., Čejka, V., Škop, P.: *Method for Vibration and Noise Reduction of Loom Shed Mechanisms*, 6th International Conference on Vibration Problems, Liberec, 2003

<i>Annotation</i>	2
<i>1. Úvod</i>	3
1.1 Cíle disertační práce	4
1.2 Členění práce	4
<i>2. Současný stav</i>	5
<i>3. Popis navržené metody</i>	6
3.1 Měření úhlu	6
3.2 Měření úhlové rychlosti	6
3.3 Měření úhlového zrychlení	7
3.4 Úhlová vzorkovací základna	7
<i>4. Analýza informačního obsahu dat získaných z použité metody</i>	8
4.1 Úhel	8
4.1.1 Statické rozlišení (kvantovací chyba)	8
4.1.2 Optimální nastavení	8
4.2 Úhlová rychlost	9
4.2.1 Statické rozlišení (kvantovací chyba)	9
4.2.2 Optimální nastavení	9
4.2.3 Výpočet diferenčního úhlu integrací úhlové rychlosti	10
<i>5. Analýza chyb měření s enkodéry</i>	11
5.1 Chyba vlivem nepřesné délky pulsů enkodérů	11
5.2 Chyba vzniklá nepřesným měření času použitého pro výpočet rychlosti a zrychlení	12
5.3 Chyba vlivem reálných vlastností propojovacích kabelů	12
5.4 Torzní kmity snímačů	12
5.5 Nesouosé umístění snímačů vůči měřené hřídeli	14
5.6 Nedokonalé uložení měřené hřídele	14
5.7 Chyba vzorkování v závislosti na úhlu pootočení vlivem torzních kmitů enkodéru	14
5.8 Celková nejistota měření	15
<i>6. Fourierova transformace pro nerovnoměrně vzorkované signály</i>	16
<i>7. Numerická transformace frekvenčních a řádových spekter a časových a úhlových dat</i>	17
<i>8. Analytická souvislost mezi frekvenčními a řádovými spektry</i>	19
<i>9. Závěr</i>	21
<i>Použitá literatura</i>	22
<i>Přehled publikací</i>	24